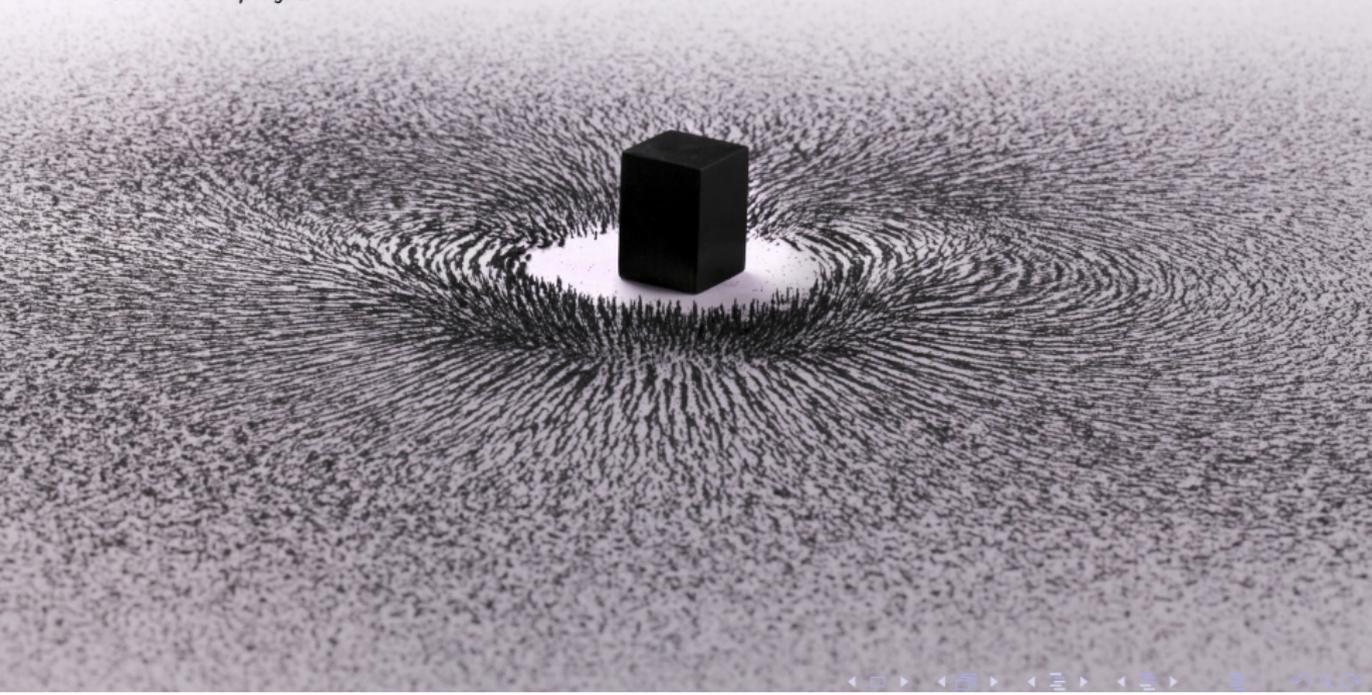


# Движение заряженных частиц в электромагнитных полях

Р. Ю. Шендрик  
*Физический факультет*



На частицу, имеющую заряд  $q$ , которая движется со скоростью  $\vec{v}$  в электрическом поле с напряженностью  $\vec{E}$  и магнитном поле с индукцией  $\vec{B}$  действует сила Лоренца:

$$F = q\vec{E} + q[\vec{v} \times \vec{B}]$$

Тем не менее, если в задаче явно не указано, что на частицу действует и магнитная и электрическая составляющие поля, то это выражение упрощается:

- ▶ В случае, если  $E \gg B$ , сила, действующая со стороны поля на частицу направлена по вектору напряженности поля. Такая сила может совершать работу:

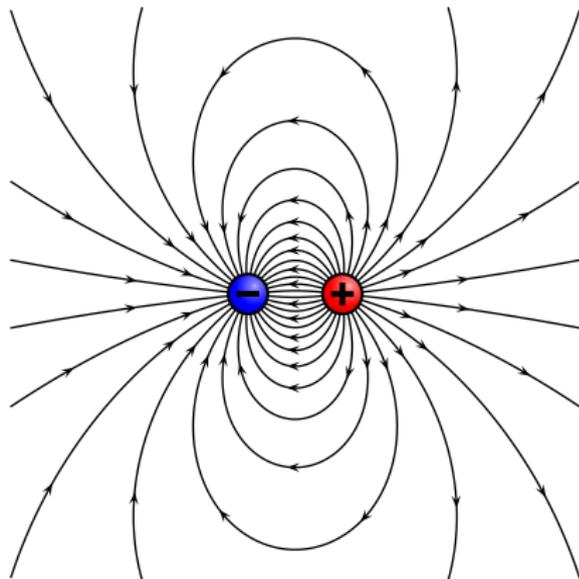
$$F = q\vec{E}$$

- ▶ Если  $B \gg E$ , тогда действующая на частицу сила направлена перпендикулярно индукции и скорости частицы. Таким образом, сила всегда перпендикулярна смещению частицы, поэтому она не может совершать работы:

$$F = q[\vec{v} \times \vec{B}]$$

# Введение

Направление векторов. Электрическое поле



Электрический диполь

- ▶ Внимательно читаем условие задачи. Определяем соотношение между электрической и магнитной составляющими поля ( $E \gg B$ ,  $B \gg E$  или на частицу действуют обе составляющие)
- ▶ Рисуем рисунок, на котором обозначаем все силы действующие на частицы, раскладываем силы и скорости на компоненты по осям.
- ▶ Определяем куда направлены скорость и ускорение частицы

- ▶ Записываем второй закон Ньютона. Необходимые уравнения связи координаты, скоростей, ускорения, времени берем из кинематических уравнений
- ▶ При необходимости записываем законы сохранения (энергии, импульса, магнитного момента и т.п.)
- ▶ Приводим решение в общем виде. Подставляем в него численные значения
- ▶ Записываем ответ.

- ▶ Решение задач о движении частиц в электрических полях
- ▶ Решение задач о движении частиц в однородных магнитных и смешанных полях
- ▶ Решение задач о движении частиц в неоднородных магнитных полях

# Движение зарядов в электрических полях

Задача 1.



В каком случае электрон может двигаться в электрическом поле прямолинейно. Определите в этом случае скорость электрона, если он преодолел потенциал  $U$ , а его начальная скорость равна 0.

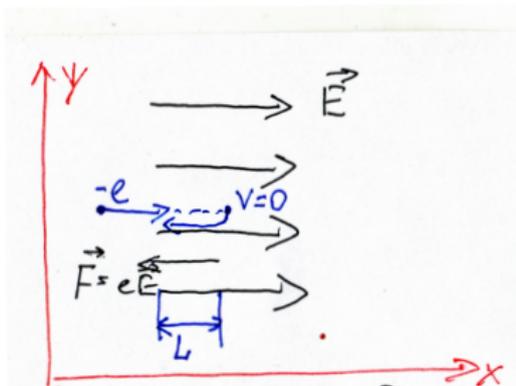
**Решение:** Электрон движется по линиям напряженности поля. Запишем закон сохранения энергии. После прохождения электрона через электрическое поле при начальной скорости  $v = 0$  под действием потенциала  $U$  его начальная кинетическая энергия равна 0, а к моменту, когда он покидает поле она становится равной  $E_k = 1/2mv^2$ , тогда как потенциальная энергия равна работе по преодолению потенциала  $U E_o = eU$ . Тогда скорость электрона равна:

$$v = \sqrt{\frac{2eU}{m}}.$$

# Движение зарядов в электрических полях

## Задача 2

Электрон влетает в область однородного электрического поля напряженности  $200 \text{ В/м}$  со скоростью  $10^7 \text{ м/с}$ . Скорость направлена вдоль электрического поля. В течение какого времени электрон будет находиться в области этого поля? Определите, на каком расстоянии от места входа в поле электрон выйдет из него, если он влетает под углом  $45^\circ$  к направлению поля.



# Движение зарядов в электрических полях

Задача 2. Решение

Так как заряд электрона отрицательный, то поле будет выталкивать электрон. Таким образом, когда электрон попадает в электрическое поле то он начинает в нем замедляться с ускорением  $a$  до полной остановки, после чего выталкивается полем с таким же, но обратным по знаку ускорением. Запишем второй закон Ньютона для электрона в поле  $E$ :

$$ma = -eE$$

Тогда из кинематики для движения с ускорением имеем:

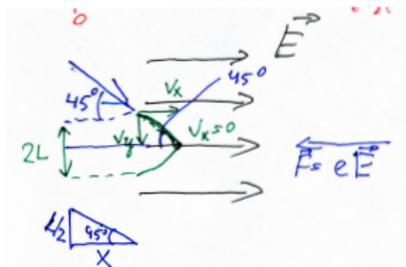
$$v = v_0 + at$$

$$v = 0 \Rightarrow t = \frac{mv_0}{eE}$$

Полное время нахождения электрона в поле равно  $2t$ :  $m/e=1/1.76 \cdot 10^{-11}$  кг/Кл  $\Rightarrow 2t=0,58$  мкс.

# Движение зарядов в электрических полях

## Задача 2. Решение



Другой подход заключается в том, чтобы решать задачу через закон сохранения энергии. С помощью этого подхода найдем ответ на второй вопрос в задаче. Перед тем, как частица влетает в электрическое поле, ее полная энергия равна кинетической, в момент, когда частица останавливается в поле и начинает выталкиваться им, ее полная энергия равна работе силы Лоренца, так как в момент поворота ее скорость равна 0. Запишем закон сохранения энергии:

$$(mv_0^2)/2 = eEx$$

Здесь нужно помнить, что работа не совершается на участке, перпендикулярном действию силы Лоренца, поэтому  $x$  – это фактически глубина проникновения электрона в поле. Так как угол входа равен 45 градусов, то расстояние выхода электрона от места входа в поле равно  $2x=1.4*2=2.8$  м.

# Движение зарядов в электрических полях

## Задача 3



Протон и  $\alpha$ -частица, двигаясь с одинаковой скоростью, влетают в плоский конденсатор параллельно пластинам. Во сколько раз отклонение протона полем конденсатора от прямолинейной траектории будет больше отклонения  $\alpha$ -частицы?

# Движение зарядов в электрических полях

Задача 3. Решение

Альфа-частица представляет собой ядро атома гелия, которое состоит из 2 протонов и двух нейтронов, полагая, что масса нейтрона и протона примерно равны, мы можем считать, что масса альфа частицы в 4 раза больше массы протона, а ее заряд равен  $+2e$ . Найдем ускорения альфа-частицы и протона в электрическом поле  $E$ :

$$a_\alpha = 2eE/4m = eE/2m$$

$$a_p = eE/m$$

Таким образом, ускорение альфа-частицы в два раза меньше, чем у протона, ускорение обратно пропорционально расстоянию, соответственно альфа-частица отклоняется полем в два раза меньше, чем протон. Однако, если расстояние между пластинами конденсатора или скорости частиц малы, так, что частица не вылетает из него, тогда отклонение обеих частиц будет одинаково.

# Движение зарядов в электрических полях

## Задача 4

Электрон с некоторой скоростью влетает в плоский горизонтально расположенный конденсатор параллельно пластинам на равном расстоянии от них. Напряженность поля в конденсаторе  $E = 100$  В/м; расстояние между пластинами  $d = 4$  см. Через какое время  $t$  после того, как электрон влетел в конденсатор, он попадет на одну из пластин? На каком расстоянии  $s$  от начала конденсатора электрон попадет на пластину, если он ускорен разностью потенциалов  $U = 60$  В?

# Движение зарядов в электрических полях I

Задача 4. Решение

Сила  $F$ , действующая на электрон в электрическом поле равна  $F = -eE$ . Запишем второй закон Ньютона:

$$F = -ma \Rightarrow a = F/m = \frac{eE}{m}$$

Чтобы определить время, за которое электрон пройдет расстояние  $d/2$ , запишем уравнение движение с ускорением:  $d/2 = v_0t - \frac{at^2}{2}$

$$v = v_0 - at$$

$$v = 0 \Rightarrow d/2 = \frac{at^2}{2} \Rightarrow t = \sqrt{d/a} = \sqrt{\frac{dm}{eE}}$$

Вычислим численное значение для времени:  $t = 48$  нс.

# Движение зарядов в электрических полях I

Задача 4. Решение

Начальную скорость электрона при влете в конденсатор приобретает за счет прохождения разности потенциалов. Скорость, приобретенная электроном при прохождении разности потенциалов  $U$ :

$$v = \sqrt{\frac{2eU}{m}}$$

Сила в конденсаторе действует перпендикулярно начальной скорости, поэтому в конденсаторе электрон движется по оси  $Ox$  равномерно, таким образом он проходит путь:

$$s = vt = \sqrt{\frac{2eU}{m}} * \frac{dm}{eE} = \sqrt{\frac{2Ud}{E}}$$

$$S = 0.22 \text{ м.}$$

# Движение зарядов в электрических полях

Анимация пролета частиц через конденсатор.

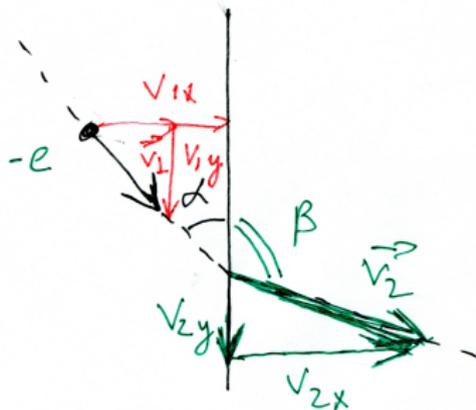
(Электронная оптика)

source

# Движение зарядов в электрических полях

## Задача 5

Электрон, движущийся со скоростью  $v_1$ , переходит из области поля с потенциалом  $\phi_1$  в область с потенциалом  $\phi_2$ . Под каким углом к границе раздела областей будет двигаться электрон, если он подлетел к ней под углом  $\alpha$ ?



# Движение зарядов в электрических полях

Задача 5. Решение

Модель в задаче описывает так называемый двойной электрический слой. При прохождении такого слоя скорость электрона изменяется с  $v_1$  на  $v_2$ .

Разложим векторы скоростей на составляющие, параллельные и перпендикулярные границе раздела. Параллельная составляющая скорости при переходе из одной области в другую возрастает, а перпендикулярная составляющая остается неизменной.

Запишем кинематические уравнения для составляющих скорости, направленных вдоль линии напряженности поля

$$v_2 \sin \beta = v_1 \sin \alpha - at$$

И перпендикулярную составляющую, которая не изменяется:

$$v_2 \cos \beta = v_1 \cos \alpha$$

Второе выражение представляет собой фактически закон преломления света на границе двух сред, где показатель преломления имеет смысл скорости частицы. Таким образом, можно видеть, что в задачах на электронные линзы и фокусировку фактически работают законы геометрической оптики.

Для частицы также будет справедлив второй закон Ньютона:

$$ma = eE = e(\phi_2 - \phi_1)/\delta x,$$

где  $\delta x$  – очень малый отрезок пути, который частица преодолела на границе потенциалов, его можно выразить из кинематического уравнения:

$$\delta x = v_1 \sin \alpha t - (at^2)/2; v_2 = v_1 \cos \alpha / \cos \beta \Rightarrow t = \frac{v_1 \sin \alpha}{a} \left(1 - \frac{tg \beta}{tg \alpha}\right) \Rightarrow \quad (1)$$

$$\delta x = \frac{v_1^2 \sin^2 \alpha}{a} \left(1 - \frac{tg \beta}{tg \alpha}\right) - \frac{v_1^2 \sin^2 \alpha}{2a} \left(1 - \frac{tg \beta}{tg \alpha}\right)^2 \quad (2)$$

$$\frac{tg^2 \beta}{tg^2 \alpha} - 1 = 2e \frac{(\phi_2 - \phi_1)}{mv_1^2 \sin^2 \alpha} \quad (3)$$

$$tg \beta = tg \alpha \sqrt{1 + 2e \frac{(\phi_2 - \phi_1)}{mv_1^2 \sin^2 \alpha}} \quad (4)$$

# Движение зарядов в электрических полях

Задача 5. Решение. Второй способ

Второй способ приводит к такому же ответу, но в нем применяется закон сохранения энергии. На самом деле достаточно большой класс задач можно решить либо применяя закон сохранения энергии, либо комбинацию второго закона Ньютона и кинематических уравнений. В некотором смысле использование закона сохранения энергии проще для учащегося. Тем не менее нередки ошибки, связанные с неправильным написанием выражений для потенциальной энергии (не учитываются все компоненты потенциальной энергии, неправильно рассчитывается работа частицы против поля). Закон сохранения энергии для электрона, проходящего ере границу потенциалов:

$$\frac{mv_{1x}^2}{2} + \frac{mv_{1y}^2}{2} - e\phi_1 = \frac{mv_{2x}^2}{2} + \frac{mv_{2y}^2}{2} - e\phi_2$$

Так как  $v_{1y} = v_{2y}$ , то

$$\frac{mv_{1x}^2}{2} - e\phi_1 = \frac{mv_{2x}^2}{2} - e\phi_2$$

# Движение зарядов в электрических полях

Задача 5. Решение. Второй способ

С другой стороны очевидно, что  $tg\beta = \frac{v_{2x}}{v_{2y}}$ , а  $v_{2x}$  определяется из закона сохранения энергии:

$$v_{2x} = v_{1x} \sqrt{1 + \frac{2e(\phi_2 - \phi_1)}{mv_{1x}^2}}.$$

Тогда

$$tg\beta = \frac{v_{1x}}{v_{2y}} \sqrt{1 + \frac{2e(\phi_2 - \phi_1)}{mv_{1x}^2}} \quad (5)$$

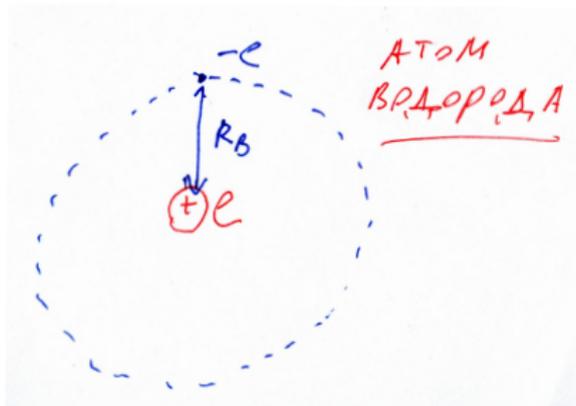
$$\frac{v_{1x}}{v_{2y}} = \frac{v_{1x}}{v_{1y}} = tg\alpha; v_{1x} = v_1 \sin\alpha \Rightarrow \quad (6)$$

$$tg\beta = tg\alpha \sqrt{1 + \frac{2e(\phi_2 - \phi_1)}{mv_1^2 \sin^2\alpha}} \quad (7)$$

# Движение зарядов в электрических полях

Задача 6

Электрон движется вокруг протона. Определите полную энергию системы и радиус стационарной орбиты  $n$ , если момент импульса электрона принимает дискретные значения пропорциональные  $An$



# Движение зарядов в электрических полях

Задача 6. Решение

Эта задача фактически представляет собой модель атома водорода, предложенную Бором. Удивительным образом уравнения классической механики и допущение о том, что момент импульса квантуется, дают верные значения для полной энергии атома водорода и радиуса Бора. По условию задачи электрон движется в поле точечного заряда  $+e$  по окружности радиуса  $r_n$ . Таким образом,  $-eE_p = ma_c$  или

$$\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_n} = m_e v_n^2.$$

Тогда кинетическая энергия электрона равна:

$$\frac{m_e v_n^2}{2} = \frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r_n},$$

а потенциальная энергия системы равна:

$$E_{pot} = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_n}.$$

Полная энергия  $E_t = E_k + E_p$  равна:

$$E = -\frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r_n}.$$

# Движение зарядов в электрических полях

Задача 6. Решение

Чтобы найти радиус орбиты электрона, необходимо использовать соотношение для момента импульса:  $mvr_n = AN$ , тогда

$$v = \frac{AN}{mr_n}$$

Тогда радиус орбиты электрона выражается как:

$$r_n = 4\pi\epsilon_0 \frac{A^2 N^2}{me^2}$$

Полная энергия системы тогда выражается:

$$E = -\frac{1}{N^2} \frac{me^4}{32\pi^2\epsilon_0^2 A^2}.$$

# Движение зарядов в электрических полях

Задача 6. Решение

Чтобы ионизовать атом, то есть удалить электрон на бесконечность нужно совершить работу, равную полной энергии системы с обратным знаком. Постоянная  $A$  в модели Бора выражается через постоянную Планка  $A = \frac{nh}{2\pi}$ . Тогда можно рассчитать полную энергию и радиус Бора:

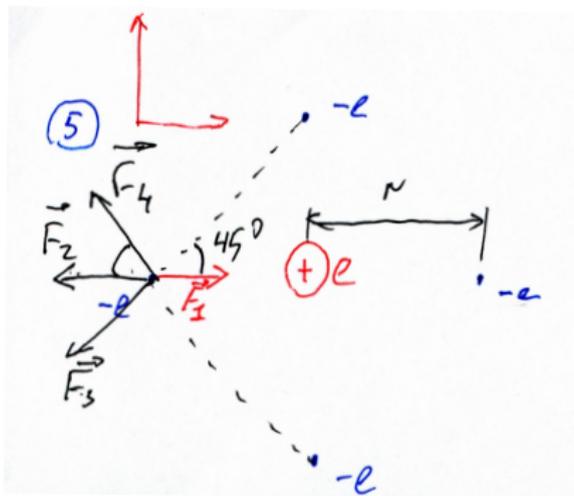
$$r_n = \frac{\varepsilon_0 n^2 h^2}{\pi m_e e^2} = r_1 = a_0 \approx 5,291769241 \times 10^{-11} \text{ м}$$

$$E_n = -\frac{1}{n^2} \frac{m_e e^4}{8h^2 \varepsilon_0^2} = 13.8 \text{ эВ}$$

# Движение зарядов в электрических полях

Задача 7

Вокруг неподвижного протона по окружности радиуса  $r$  движутся четыре электрона, образуя квадрат. Найдите скорость электронов



# Движение зарядов в электрических полях

Задача 7. Решение

На один электрон в рассматриваемой системе действует центростремительное ускорение, направленное радиально, а также сумма сил от трех зарядов и протона. Вторым законом Ньютона для такой системы можно записать следующим образом:

$$\Sigma \vec{F} = m a_c \quad (8)$$

$$F_x = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2} - \frac{e^2}{4r^2} - 2 \frac{\sqrt{2}e^2}{r^2} \quad (9)$$

$$a_c = \frac{v^2}{r} \quad (10)$$

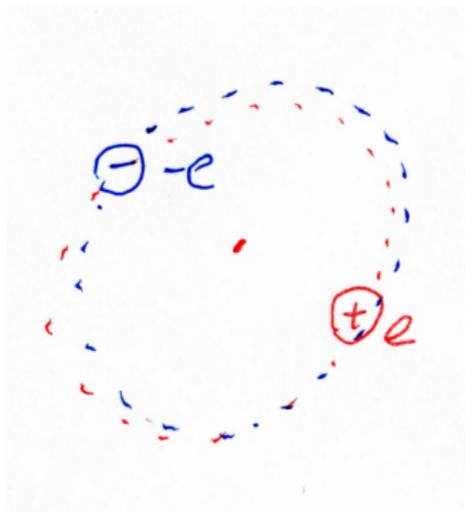
$$\frac{mv^2}{r} = \frac{e^2}{r^2} - \frac{e^2}{4r^2} - 2 \frac{\sqrt{2}e^2}{r^2} \quad (11)$$

$$v = \left( \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \frac{3\sqrt{2} - 4}{4\sqrt{2}m} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (12)$$

# Движение зарядов в электрических полях

Задача 8

Электрон и позитрон движутся по окружности вокруг своего неподвижного центра масс, образуя атом позитрония. Найти отношение кинетической и потенциальной энергии частиц.



# Движение зарядов в электрических полях

Задача 8. Решение

Полная кинетическая энергия двух частиц равна  $W_k = \frac{m_p v_p^2}{2} + \frac{m_e v_e^2}{2}$ . Массы частиц одинаковы, заряд отличается лишь знаком, поэтому второй закон Ньютона для одной из частиц будет записываться следующим образом:

$$m_p \frac{v_p^2}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{4r^2} \quad (13)$$

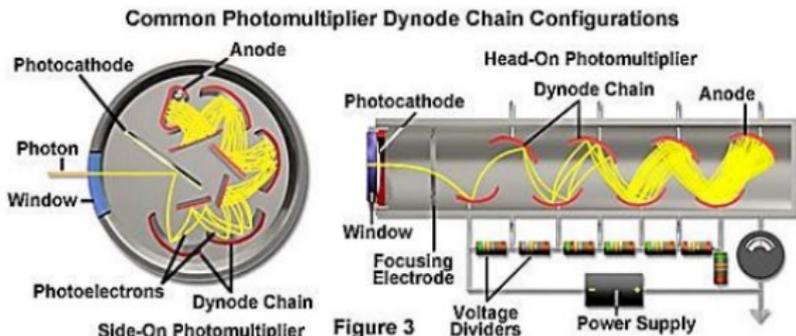
$$m_e \frac{v_e^2}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{4r^2} \quad (14)$$

правые части одинаковы, значит  $W_k^p = W_k^e$ , таким образом полная кинетическая энергия системы равна:

$$W_k = 2W_k^e = m_e v_e^2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{4r} \quad (15)$$

$$W_p = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{2r} \frac{W_k}{W_p} = -0.5 \quad (16)$$

Фотоэлектронный умножитель – это прибор для регистрации света. Фотоны попадают на фотокатод, в результате фотоэффекта из него вылетают электроны. Которые умножаются в системе из динодов в результате вторичной электронной эмиссии; ток в цепи анода (коллектора вторичных электронов) значительно превышает первоначальный фототок. Вместо 1 фотоэлектрона на выходе получаем  $10^5$ - $10^8$  фотоэлектронов.



# Движение зарядов в электрических полях. Практика

Фотоумножитель

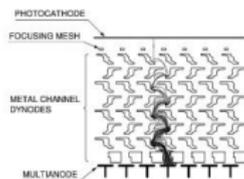
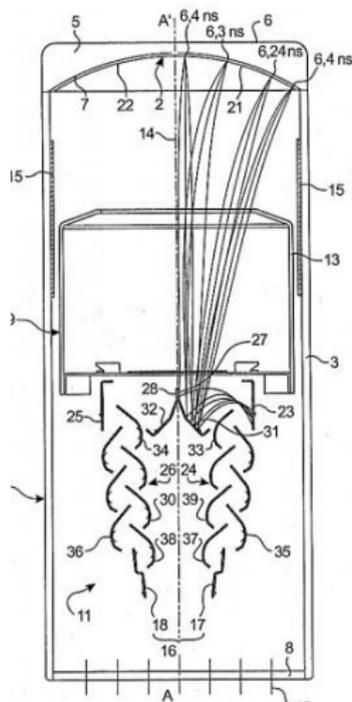
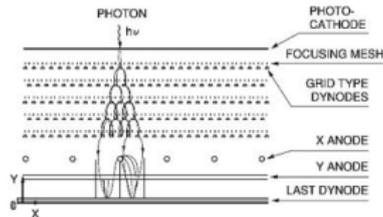


Figure 9-2: Electrode structure and electron trajectories



# Движение зарядов в электрических полях. Практика

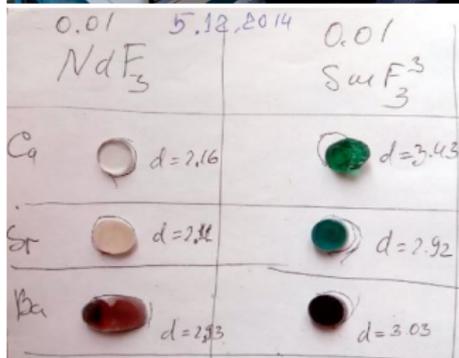
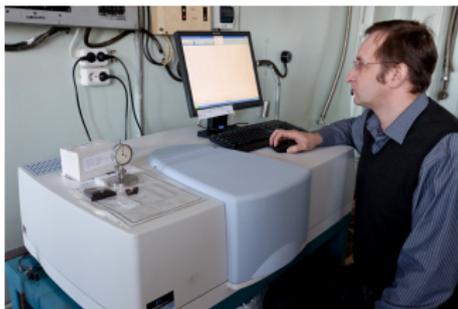
Лаборатория физики монокристаллов в Институте геохимии

С помощью фотоумножителя регистрируются слабое и не очень свечение. Это используется для создания и изучения новых оптических материалов для детекторов радиации, люминофоров для светодиодов, конвертеров излучения, лазеров. На Физическом факультете в рамках Базовой кафедры общей и экспериментальной физики, созданной совместно с Институтом геохимии, студенты проходят практики и лабораторные работы на современных установках: выращивают кристаллы, исследуют их свойства, изучают структуру отдельных центров свечения.

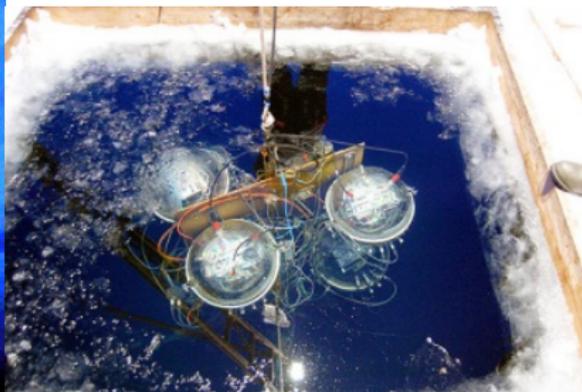


# Движение зарядов в электрических полях. Практика

Лаборатория физики монокристаллов в Институте геохимии

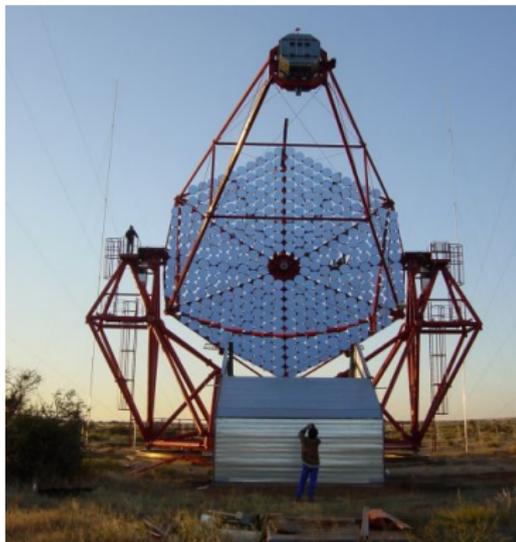


Также фотоумножители используются в уникальных установках Tunka-HiScore в Тункинской долине и Baikal-GVD под водой на озере Байкал. Эти установки регистрируют слабое свечение от заряженных частиц (Черенковское свечение), порожденных в атмосфере космическими частицами, прилетевшими к нам из далекого Космоса. На обеих установках работает много сотрудников и студентов факультета.



# Движение зарядов в электрических полях. Практика

Гамма-телескоп в Тункинской долине



# Движение зарядов в электрических полях. Практика

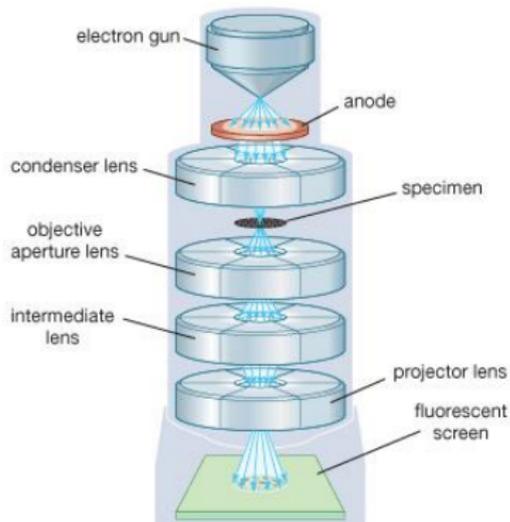
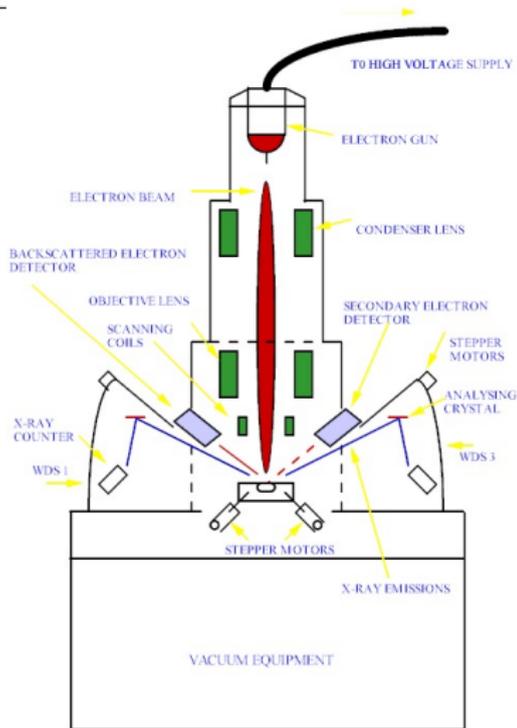
Электронный микроскоп

Сфокусированный пучок электронов попадает на образец и отражается или проходит сквозь него. С помощью этого метода подобно оптическому микроскопу, только для гораздо меньших размеров можно получать изображения нанообъектов, а также выяснять распределение в них химических элементов. Такие приборы имеются в Институте геохимии и Лимнологическом институте. Студенты Физического факультета также проходят практику и работают на данных приборах



# Движение зарядов в электрических полях. Практика

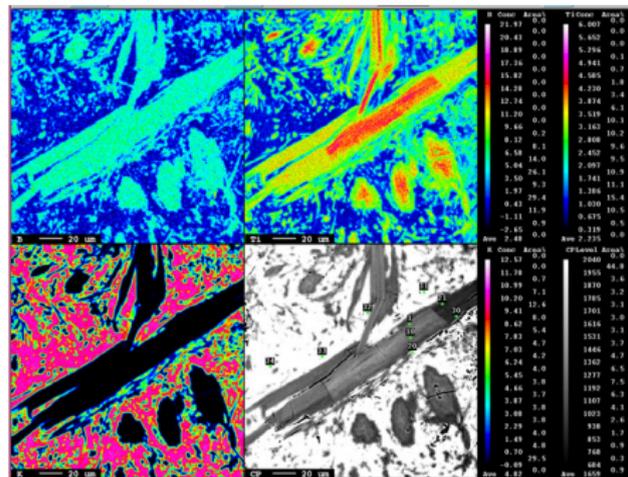
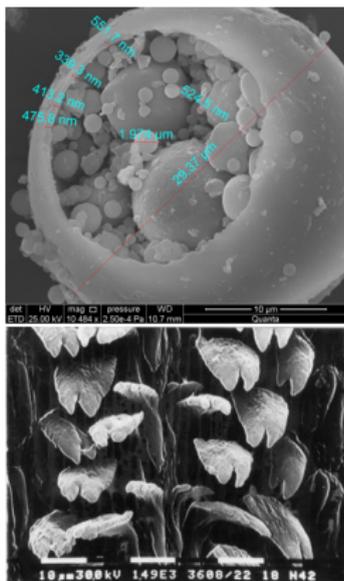
Электронный микроскоп. Устройство



© 2008 Encyclopædia Britannica, Inc.

# Движение зарядов в электрических полях. Практика

Электронный микроскоп. Устройство



Частица золы. СЭМ и ротовой аппарат моллюсков