

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
**«ИРКУТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**  
**ФГБОУ ВПО «ИГУ»**  
**Кафедра экспериментальной физики**

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОСТОЯННОЙ СТЕФАНА-БОЛЬЦМАНА С  
ПОМОЩЬЮ ПИРОМЕТРА С ИСЧЕЗАЮЩЕЙ НИТЬЮ**

Методические указания

**2013**

Печатается по решению учебно-методической комиссии  
Физического факультета

**Рецензент**

д-р физ.-мат. наук, главный научный сотрудник лаборатории ЛКФЛС  
НИИПФ ИГУ *В.И. Барышников*

**Составители**

Доцент кафедры экспериментальной физики, канд. физ.-мат. наук  
*Л.И. Щепина* и инженер кафедры *В.В. Лызганов*

Кратко приведены теоретические основы равновесного излучения или излучения абсолютно черного тела, так как многие вопросы спектроскопии, касающиеся интенсивностей в спектрах, нельзя понять без отчетливых представлений об условиях равновесного излучения.

Рекомендуется для студентов третьего курса физических специальностей при изучении курса общей физики (атомная физика), а также студентам естественных специальностей вузов.

**Цель работы** Познакомиться с основными законами равновесного излучения.

**Задача работы** Определить постоянную Стефана-Больцмана с помощью пирометра с исчезающей нитью.

**Приборы:** Пирометр ЛОП-72; источник питания АТН-2335, предназначен для питания лампы накаливания (температуру нити которой предстоит определить) и измерения напряжения на лампе, а также потребляемого тока; источник питания постоянного тока Б5-43 (для питания лампы пирометра); вольтамперметр цифровой В7-40/1 (для контроля электрического тока, протекающего через лампу пирометра).

При полном термодинамическом равновесии в нем участвуют не только частицы вещества, но и излучение. Частицы излучают и поглощают кванты излучения – фотоны, и если имеет место полное термодинамическое равновесие при определенной температуре, то излучение будет обладать вполне определенными свойствами. Разберем основные законы такого излучения, находящегося в равновесии с веществом, – *равновесного излучения* или излучения абсолютно черного тела. Равновесное излучение обладает сплошным спектром, зависящим только от температуры. Дискретные спектры зависят от рода вещества и получаются только при отсутствии полного термодинамического излучения. Многие вопросы спектроскопии, касающиеся интенсивностей в спектрах, нельзя понять без отчетливых представлений об условиях равновесного излучения.

Равновесие вещества и излучения всегда осуществляется в некотором объеме. Им может быть замкнутая полость, стенки которой, нагретые до определенной температуры, испускают и поглощают фотоны. Фотон, испущенный некоторой частицей, поглощается другой частицей, причем, если средний пробег фотонов мал по сравнению с размерами объема, то излучение будет в основном оставаться внутри этого объема и может считаться равновесным.

Излучение, распределенное по объему, можно характеризовать *полной плотностью* ( $\rho$ ) – полной энергией излучения в единице объема, а определяющей его спектральный состав *спектральной плотностью* ( $\rho_\nu$ )- энергией излучения в единице объема, рассчитанной на единицу интервала частот. Тогда плотность излучения с частотами от  $\nu$  до  $\nu+d\nu$  равна  $\rho_\nu d\nu$ , а полная плотность излучения

$$\rho = \int_0^{\infty} \rho_\nu d\nu, \quad (1)$$

Равновесное излучение при заданной температуре равномерно распределяется по объему и характеризуется определенной плотностью ( $\rho$ ), которая дается законом Стефана-Больцмана, либо спектральной плотностью ( $\rho_\nu$ ), которая дается законом Планка. Согласно закону Стефана-Больцмана

$$\rho = aT^4 \quad (2),$$

т.е. полная плотность равновесного излучения пропорциональна четвертой степени температуры. Из-за малости постоянной

$$a = 7,564 \cdot 10^{-15} \text{ эрг/см}^3\text{град}^4 \quad (3)$$

энергия, приходящаяся на излучение, даже при высоких температурах мала по сравнению с энергией вещества. Для газа кинетическая энергия движения частиц в  $1\text{см}^3$  равна:

$$E = n_0 \cdot \frac{3}{2} kT \quad (4), \text{ где } n_0 - \text{число частиц}$$

в единице объема. В отличие от (2) она возрастает пропорционально абсолютной температуре, т.е. гораздо медленнее. Учитывая, что число частиц при нормальных условиях в  $1\text{ см}^3$  :  $n_0 = 2,7 \cdot 10^{19}$ , то  $E = 5,6 \cdot 10^3 T$  эрг/см<sup>3</sup> и сравнение (2) и (4) дает:

T	1	10	10 <sup>2</sup>	10 <sup>3</sup>	10 <sup>4</sup>	10 <sup>5</sup>	10 <sup>6</sup>	10 <sup>7</sup>
E	5,6·10 <sup>3</sup>	5,6·10 <sup>4</sup>	5,6·10 <sup>5</sup>	5,6·10 <sup>6</sup>	5,6·10 <sup>7</sup>	5,6·10 <sup>8</sup>	5,6·10 <sup>9</sup>	5,6·10 <sup>10</sup>
$\rho$	7,5·10 <sup>-15</sup>	7,5·10 <sup>-11</sup>	7,5·10 <sup>-7</sup>	7,5·10 <sup>-3</sup>	7,5·10	7,5·10 <sup>5</sup>	7,5·10 <sup>9</sup>	7,5·10 <sup>13</sup>

(5)

Таким образом, только при температурах порядка миллиона градусов энергия излучения становится сравнимой с энергией вещества.

Характеристикой излучения, наряду с плотностью энергии, является *поток энергии излучения*; на опыте измеряются потоки, идущие от источников излучения; от потоков легко перейти и к плотностям излучения. При плотности излучения  $\rho$ , равномерно распределенного по всем направлениям, на единицу полного телесного угла  $4\pi$ , приходится плотность  $\rho/4\pi$ . На телесный угол  $d\Omega$  - плотность  $(\rho/4\pi)d\Omega$ . При скорости распространения ( $c$ ) через единичную площадку с нормалью, образующей угол  $\Theta$  с направлением распространения, будет проходить поток:

$(c\rho/4\pi) d\Omega \cos \Theta$ . Полный поток ( $\varepsilon$ ) через эту площадку по всем направлениям в пределах телесного угла  $2\pi$  получится интегрированием по  $\Theta$  от 0 до  $\pi/2$  и по азимуту  $\varphi$  - от 0 до  $2\pi$ :

$$\varepsilon = (c\rho/4\pi) \int \cos \Theta d\Omega = (c\rho/4\pi) \int_0^{\pi/2} \cos \Theta \sin \Theta d\Theta \int_0^{2\pi} d\varphi = (c\rho/4\pi) \cdot \pi = \frac{c}{4} \cdot \rho \quad (6)$$

Если излучение в некоторой замкнутой полости находится в равновесии со стенками этой полости, нагретыми до определенной температуры, то поток с единицы *поверхности абсолютно черного тела* должен определяться формулой (6). Следовательно, его полная испускательная способность, согласно (6) и (2), равна:

$$\varepsilon = \frac{c}{4} \cdot \rho = \frac{c}{4} a T^4 = \sigma T^4 \quad (7)$$

Мы получили закон Стефана-Больцмана для полной испускательной способности, отличающийся от закона Стефана-Больцмана для полной плотности излучения (2) значением постоянной. Постоянная

$$\sigma = \frac{c}{4} a = (5,6687 + 0,0010) \cdot 10^{-5} \text{ эрг/см}^2 \cdot \text{сек} \cdot \text{град}^4 \quad (8)$$

и потоки энергии излучения становятся весьма значительными уже при температурах, для которых  $\rho$  еще очень мало по сравнению с  $E$  – кинетической энергией частиц. При применении законов равновесного излучения следует всегда учитывать, для каких величин они даются – для плотностей излучения или для потоков.

Согласно *формуле Планка* спектральная плотность равновесного излучения равна:

$$\rho_\nu = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} \cdot \frac{1}{\exp(h\nu/kT) - 1} \quad (9)$$

В этой формуле содержатся все основные законы равновесного излучения. В предельном случае малых частот  $h\nu \ll kT$  в знаменателе  $\exp(h\nu/kT) - 1 \sim h\nu/kT$  и получается *формула Рэля-Джинса*

$$\rho_\nu = \frac{8\pi \nu^2}{c^3} kT \quad , \quad (10)$$

т.е. при малых частотах  $\rho_\nu$  возрастает пропорционально  $\nu^2$  и  $T$ , и сравнительно медленно увеличивается с повышением температуры. В предельном случае больших частот,  $h\nu \gg kT$ , в знаменателе  $\exp(h\nu/kT) \gg 1$  и при пренебрежении единицей получается *формула Вина*

$$\rho_\nu = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} \cdot \exp(-h\nu/kT) \quad (11)$$

т.е. при больших частотах  $\rho_\nu$  убывает до нуля по показательному закону.

Ввиду большой важности формулы Планка (9), чтобы раскрыть ее физический смысл, мы приведем вывод этой формулы по Эйнштейну исходя из квантовых представлений о вероятностях переходов.

При равновесии вещества с излучением процессы испускания фотонов частицами должны полностью компенсироваться процессами поглощения фотонов частицами. При этом каждый тип прямых процессов должен компенсироваться соответствующим типом обратных процессов. Рассмотрим переходы между уровнями  $E_i$  и  $E_k$  ( $E_i > E_k$ ). Испускание фотонов с частотой  $h\nu = E_i - E_k$  должно компенсироваться поглощением фотонов той же частоты.

Число спонтанно испущенных фотонов ( $Z_{ik}^{сп}$ ) определяется вероятностью перехода ( $A_{ik}$ ) и заселенностью уровня ( $n_i$ ):

$$Z_{ik}^{сп} = A_{ik}n_i \quad (12)$$

Приведенное число поглощенных фотонов ( $Z_{ki}^{погл}$ ), меньше числа поглощенных фотонов ( $Z_{ki}^{погл}$ ) за счет вынужденных переходов ( $Z_{ik}^{вын}$ ).

$$Z_{ki}^{погл} = \rho_\nu n_k B_{ki}$$

$$Z_{ik}^{вын} = \rho_\nu n_i B_{ik}$$

Приравнявая число спонтанно испущенных фотонов приведенному числу поглощенных фотонов, получаем:

$$A_{ik}n_i = (n_k B_{ki} - n_i B_{ik}) \rho_\nu \quad (13)$$

Таким образом, в единице объема за единицу времени число спонтанных процессов испускания равно числу процессов поглощения за вычетом числа процессов вынужденного испускания. Согласно (13) мы имеем

$$\rho_\nu = A_{ik}n_i / (n_k B_{ki} - n_i B_{ik}) = (-A_{ik}/B_{ki}) \cdot \{1/[(n_k/n_i) - (B_{ik}/B_{ki})]\} \quad (14)$$

При термодинамическом равновесии отношение  $n_k/n_i$  определяется формулой:

$$n_k/n_i = (g_k/g_i) \cdot \exp[(E_i - E_k)/kT] = (g_k/g_i) \cdot \exp(h\nu/kT),$$

следовательно

$$\rho_\nu = [A_{ik} / [(g_k/g_i) \cdot B_{ki}]] \cdot \{1/[\exp(h\nu/kT) - (g_i B_{ik}/g_k B_{ki})]\} \quad (15)$$

Учитывая, что между коэффициентами Эйнштейна существует соотношение:

$A_{ik} = (8\pi h\nu^3/c^3) \cdot (g_k B_{ki}/g_i)$ , а  $g_i B_{ik} = g_k B_{ki}$  мы получаем формулу Планка (9):

$$\rho_\nu = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} \cdot \frac{1}{\exp(h\nu/kT) - 1}$$

Когда вынужденным испусканием можно пренебречь по сравнению с поглощением ( $n_k B_{ki} \gg n_i B_{ik}$ ) и  $\exp(h\nu/kT) \gg 1$ , мы получаем закон Вина (11):

$$\rho_\nu = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} \cdot \exp(-h\nu/kT)$$

В приведенном выводе мы использовали значения входящих в выражение

(15) отношений  $A_{ik}/B_{ki}$  и  $B_{ik}/B_{ki}$ , получающихся строго на основе квантовой электродинамики. Эти отношения можно получить, как это было сделано Эйнштейном, который впервые вывел их, если исследовать формулу (15) при высоких температурах с учетом закона Рэля-Джинса, который может быть выведен чисто классически. При стремлении  $T$  к бесконечности  $\rho_\nu$  должно также стремиться к бесконечности, что возможно лишь при  $g_i B_{ik} = g_k B_{ki}$  (так как  $\exp(h\nu/kT) \rightarrow 1$ , знаменатель будет стремиться к нулю). Мы получаем соотношение  $g_i B_{ik} = g_k B_{ki}$ . Формула (15) принимает вид

$$\rho_\nu = [A_{ik} / [(g_k/g_i) \cdot B_{ki}]] \cdot \{1 / [\exp(h\nu/kT) - 1]\}, \quad (16)$$

что при  $h\nu \ll kT$  дает

$$\rho_\nu = [A_{ik} / [(g_k/g_i) \cdot B_{ki}]] \cdot \{kT/h\nu\}, \quad \text{и из сравнения с законом}$$

Рэля-Джинса (10) получается соотношение  $A_{ik} = (8\pi h\nu^3/c^3) \cdot (g_k B_{ki}/g_i)$ .

Из вывода формулы Планка следует, что при равновесии плотность излучения частоты  $\nu$  равна (14). Помножим это соотношение и разделим на  $h\nu$ :

$$\rho_{\nu=} A_{ik} n_i h\nu / h\nu (n_k B_{ki} - n_i B_{ik}) \quad (17)$$

Выражение, стоящее в числителе, представляет мощность спонтанного испускания  $U_{ik}^{сп}$ , а выражение, стоящее в знаменателе, - отношение приведенной мощности поглощения  $U_{ki}^{погл'} = U_{ki}^{погл} - U_{ik}^{вын}$  к плотности излучения, т.е. равно энергии, фактически поглощаемой в единице объема за единицу времени при плотности излучения, равной единице.

Мощности испускания и поглощения также, как и вероятности, можно рассчитывать на единицу интервала частот и обозначать их через  $U_\nu^{сп}$  и  $U_\nu^{погл'}$ . Тогда (17) запишется в форме:

$$\rho_{\nu=} U_\nu^{сп} / [U_\nu^{погл'} / \rho_\nu] \quad (18)$$

Если ввести понятие об объемной поглощательной способности, как отношении мощности поглощения к плотности излучения  $\rho_\nu$ ,

$$a_\nu = U_\nu^{погл'} / \rho_\nu = h\nu n_k B_{ki}(\nu) \rho_\nu / \rho_\nu = h\nu n_k B_{ki}(\nu), \quad (19)$$

то

$$a_\nu' = U_\nu^{погл'} / \rho_\nu = [h\nu \{n_k B_{ki}(\nu) - n_i B_{ik}(\nu)\} \rho_\nu] / \rho_\nu = h\nu \{n_k B_{ki}(\nu) - n_i B_{ik}(\nu)\} \quad (20)$$

можно назвать приведенной объемной поглощательной способностью. Формула (20) тогда примет вид

$$\rho_{\nu=} U_\nu^{сп} / a_\nu' \quad (21)$$

Мы получили закон *Кирхгофа* для объемных величин, характеризующих равновесное излучение: *отношение мощности спонтанного испускания к приведенной объемной поглощательной способности равно объемной плотности равновесного излучения.*

## Конструкция пирометра ЛОП-72

Работа пирометра основана на измерении квазимонохроматической яркости излучения нагретого объекта путем уравнивания ее с яркостью эталона. В качестве эталона используется пирометрическая лампа, для которой задана зависимость температуры нити от тока, протекающего по ней. Изображение источника излучения, температуру которого хотят измерить, с помощью объектива проецируется в плоскости нити пирометрической лампы. Наблюдатель, смотрящий в окулярный микроскоп, видит нить пирометрической лампы на фоне изображения источника излучения (Рис. 1).

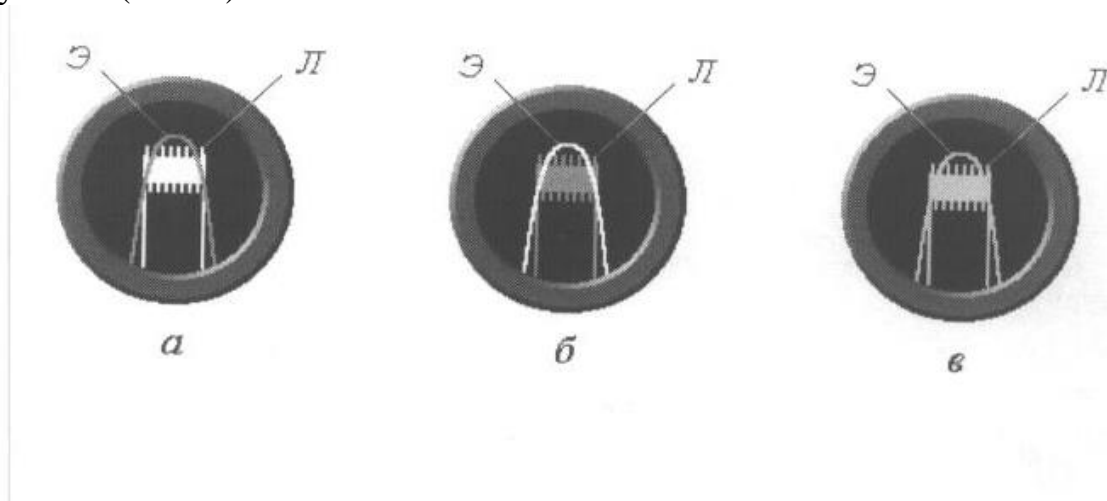


Рис. 1

Изменяя силу тока в пирометрической лампе, уравнивают яркость нити лампы с яркостью измеряемого объекта (рис.1в). Температура объекта определяется по величине тока, протекающего по нити пирометрической лампы в момент уравнивания яркостей нити и изображения источника излучения (нить накала галогенной лампы). Общий вид пирометра показан на рис. 2. Пирометр ЛОП-72 представляет собой телескоп, состоящий из объектива (6) и окулярного микроскопа (4), оправы, которых закреплены в корпусе пирометра. В верхней части оптической системы размещены: лампа пирометрическая (8), сектор со светофильтрами (9), сектор с поглощающими стеклами (7) и реостат грубой регулировки (11) и тонкой регулировки (10). Для реостата указано направление вращения ручек, соответствующее увеличению тока пирометрической лампы. Реостат позволяет установить ток в интервале от 0,3 до 0,5 А при напряжении источника в пределах от 4 до 6 В. Поворотом ручки 15 оптическая система пирометра перемещается в вертикальном направлении в пределах 100 мм. При необходимости поворота в горизонтальной плоскости или наклона пирометра следует ослабить ручку 18 и вручную повернуть или наклонить оптическую систему пирометра, после чего зафиксировать выбранное положение. Конструкция пирометра обеспечивает поворот оптической системы на угол  $360^{\circ}$  и наклон его на угол  $15^{\circ}$ . Для получения четкого изображения объектов, расположенных на



различных расстояниях от прибора, путем вращения наружного кольца 6 объектив пирометра перемещается вдоль оптической оси. Перемещение окуляра микроскопа 4 вдоль оптической оси обеспечивает необходимую диоптрийную наводку. Для расширения температурной шкалы пирометр снабжен сектором 7 с поглощающими стеклами и съемным поглотителем 5. Для монохроматизации светового потока используется сектор 9 со светофильтрами. С помощью ручки 16 поворотный механизм сектора 9 обеспечивает введение соответствующих светофильтров в поле зрения окуляра микроскопа.

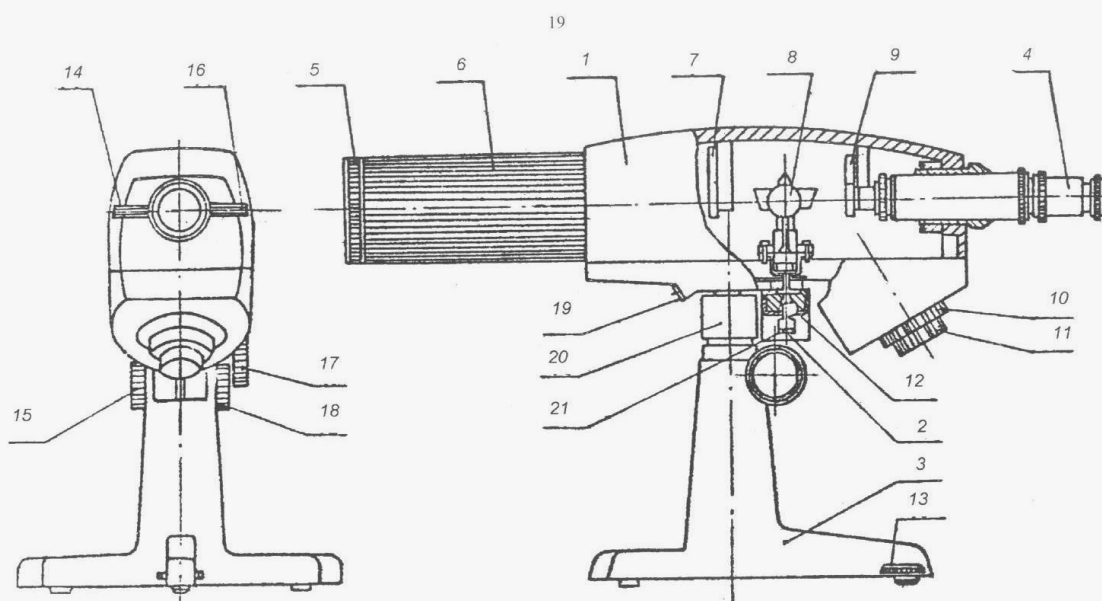


Рис. 1

Рис.2.

### Порядок выполнения работы

Для измерения температуры светящейся нити галогенной лампы необходимо:

1. Установить прибор перед измеряемым объектом на расстоянии 70-100 см.
2. Снять защитные крышки с объектива и окуляра.
3. Убедиться, что источник стабилизированного напряжения Б5-43 подключен к прибору согласно измерительной схеме рис.3. Вольтметр цифровой В7-40/1 предназначен для измерения электрического тока, протекающего через пирометрическую лампу. **ТОК НЕ ДОЛЖЕН**

**ПРЕВЫШАТЬ 0,5 А !** Источник питания АТН-2335 предназначен для питания галогенной лампы, температуру нити накаливания которой предстоит определить, и измерения напряжения на лампе и потребляемого ею тока.

4. Убедиться, что регуляторы тока через пирометрическую лампу выведены в крайнее левое положение до упора.
  5. Установить ручки “current” и “voltage” каналов “slave” и “master” прибора АТН-2335 в крайнее левое положение до упора. Кнопки “TRACKING” должны быть в отжатом состоянии.
  6. Установить на блоке питания Б5-43 переключатель напряжения в положение “4,0” ; переключатель тока в положение “0,5”
  7. Установить ручку “voltage” канала “master” прибора АТН-2335 в среднее положение
  8. Включить цифровой вольтметр В7-40/1. Кнопками “пределы” и “Род работы” установить режимы “АВП” и “I—” (автоматический выбор пределов и измерение постоянного тока).
- Включить блоки питания АТН-2335 и Б5-43.

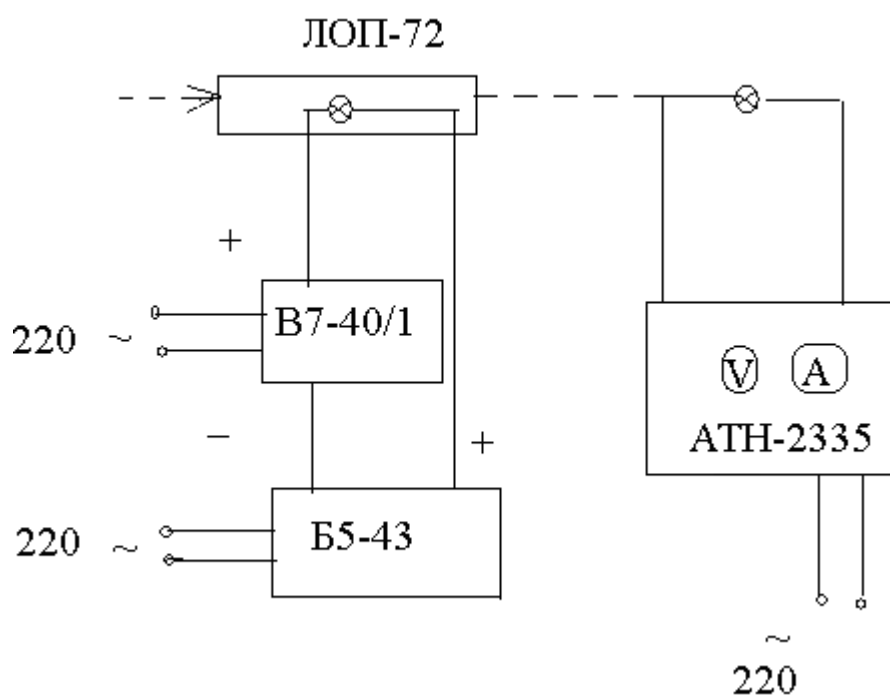


Рис.3

9. Увеличением тока в цепи при помощи реостата (рукоятка 11) рис. 2 обеспечить видимое свечение нити лампы.
10. Добиться четкого изображения нити лампы перемещением окуляра микроскопа. Вершина нити пирометрической лампы должна находиться в центре поля зрения окуляра.
11. Установить сектор светофильтров 9 в положение 1, а сектор поглотителей 7 – в положение 1 (выключено), рис.1.
12. Наводку пирометра на исследуемый объект произвести следующим образом: - ослабить ручку 18 (рис.1) и привести оптическую систему 6 на объект, температуру которого необходимо измерить, ручкой 18 зафиксировать выбранное положение; - вращением кольца 6 добиться четкого изображения исследуемого объекта в поле зрения окуляра. При этом изображения объекта и нити пирометрической лампы, полученные с помощью перемещения окуляра микроскопа 4, должны быть одинаково четкими.
13. Установить сектор светофильтров 10 в положение 2 (красный светофильтр), сектор поглотителей оставить в положении 1.
14. Вращением рукоятки «CURRENT» канала «MASTER» блока питания АТН-2335 установить значение тока через исследуемую лампу ~1.59А.
15. Добиться исчезновения рабочего участка нити на фоне изображения объекта измерения (произвести фотометрирование), регулируя накал нити пирометрической лампы с помощью реостатов грубой и тонкой регулировки. К моменту выравнивания яркостей подходить то со стороны большей, то со стороны меньшей яркости пирометрической лампы (по отношению к яркости объекта).
16. Измерить силу тока, протекающего по нити пирометрической лампы.
17. Результаты измерений занести в таблицу 1.

Таблица 1.

Ток галогенной лампы, А <b>I</b>	Напряжение галогенной лампы, В <b>U</b>	Мощность, Вт <b>P</b>	Ток лампы пирометра, мкА	Температура, К <b>T</b>	Постоянная Стефана-Больцмана, Вт/м <sup>2</sup> ·К <sup>4</sup> ( <b>σ</b> )
1.59					
1.94					
2.22					
2.58					
3.24					
3.85					

18. По градуировочному графику (рис.4) определить температуру нити исследуемой лампы.

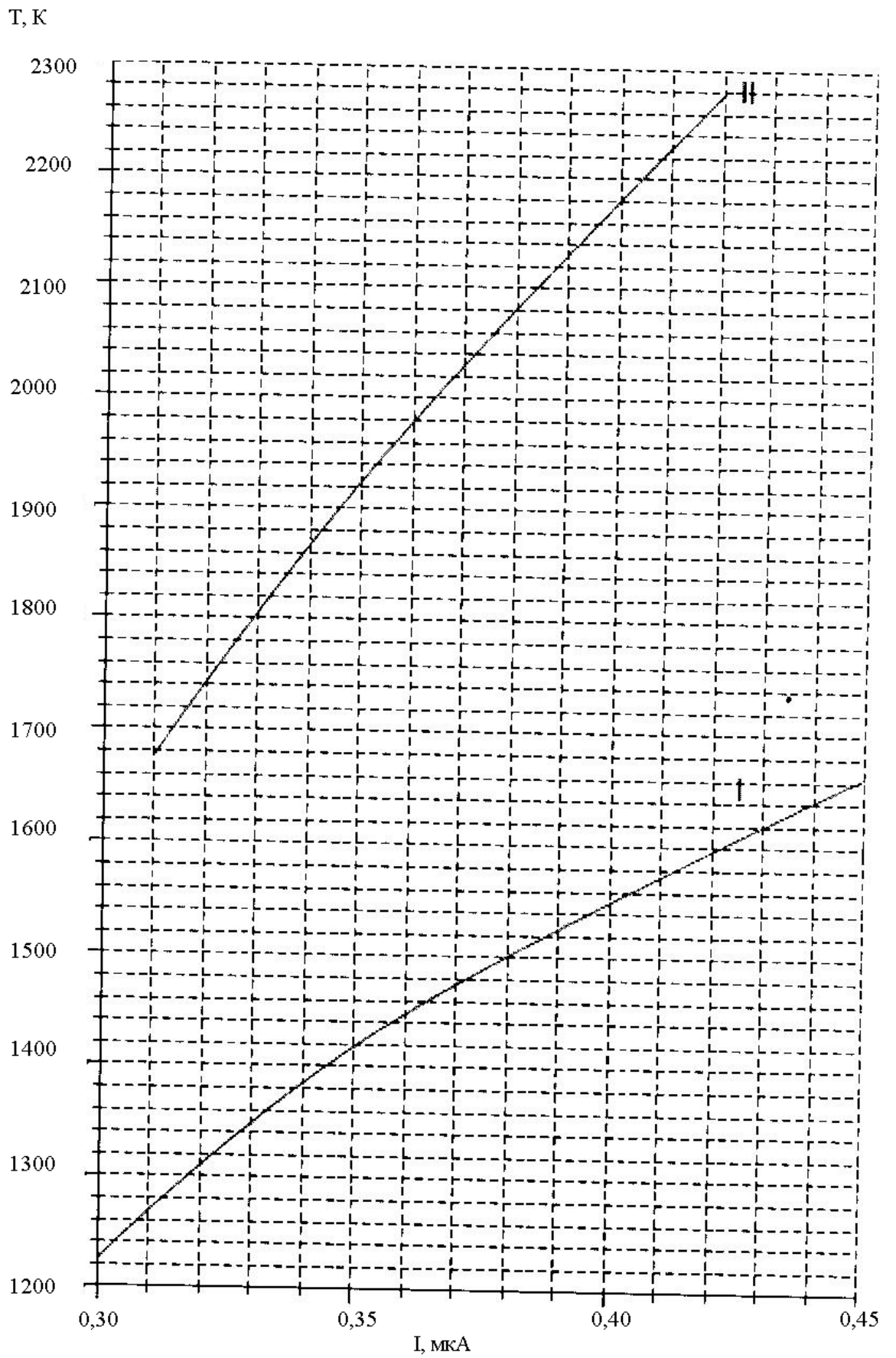


Рис.4. Градуировочные кривые: I-без поглотителя, II-с поглотителем 1.

19. Последовательно устанавливая ток через исследуемую лампу  $\sim 1.94\text{A}$  и  $\sim 2.22\text{A}$  выполнить пункты 16-18.
20. Установить сектор поглотителей в положение 2.
21. Последовательно устанавливая значения токов через исследуемую лампу  $\sim 2.58\text{A}$ ,  $\sim 3.24\text{A}$  и  $\sim 3.85\text{A}$  выполнить пункты 16-18.
22. После окончания измерений реостаты установить в крайнее левое положение, отключить источники питания, выключить вольтметр. Оптическую систему закрыть крышками.
23. Рассчитать постоянную Стефана-Больцмана ( $\sigma$ ) по формуле:

$$\sigma = P / (2 a S T^4)$$

Степень черноты,  $a = 0.43$  и площадь излучающей поверхности нити исследуемой лампы  $S = 25\text{мм}^2$  заданы. По результатам вычислений определить среднее значение постоянной Стефана-Больцмана.

### Контрольные вопросы

1. Величины, характеризующие излучение и излучающие тела.
2. Абсолютно черное тело. Законы теплового излучения для абсолютно черных тел. Формула Планка, Рэлея-Джинса, Вина.
3. Принцип определения постоянной Стефана-Больцмана.
4. Записать число спонтанно испущенных фотонов, приведенное число поглощенных фотонов, число вынужденных переходов через коэффициенты Эйнштейна.
5. Записать соотношение, которое существует между коэффициентами Эйнштейна.
6. Вывести формулу Планка, приравняв число спонтанно испущенных фотонов приведенному числу поглощенных фотонов.

### Рекомендуемая литература

1. М.А. Ельяшевич. Атомная и молекулярная спектроскопия, изд.2. М: Эдиториал, УРСС, 2001 (ISBN 5-8360-0177-4)
2. Вторичное квантование и атомная спектроскопия. //Пер с англ. Под ред. Джадд Б.-1999, 136 с.
3. Б.Н. Олейник, С.И. Лаздина Приборы и методы температурных измерений. М.: Изд-во стандартов.- 1987, 296 с.