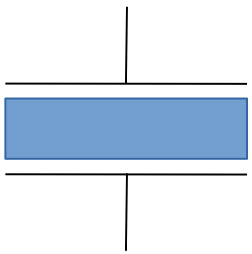
Высокорезистивные материалы

Раджабов Евгений Александрович

Решение задач

Лекция 5

Емкость конденсатора



Емкость конденсатора в вакууме

$C_0=\varepsilon_0*S/d$; S- площадь пластин, d- расстояние между ними

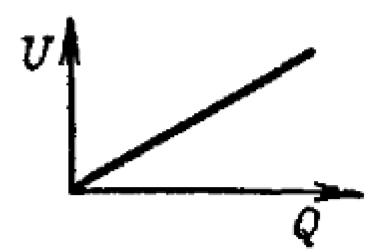
ε_0 – диэлектрическая прониц. вакуума = 8.854 10^{-12} (а сек)/(в м)

Емкость конденсатора с диэлектриком с

$C= C_0\,\varepsilon$

29.3. Емкость

Если сообщать телу электрический заряд, то его потенциал относительно какой-либо точки (например, Земли) будет возрастать пропорционально заряду: $U \sim Q$. Коэффициент пропорциональности называется электрической **емкостью** тела. Емкость характеризует способность тела накапливать заряды.

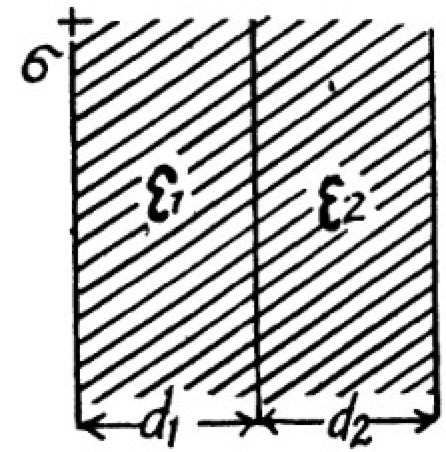


Емкостью C называется отношение сообщенного заряда Q к возникающему в результате этого потенциалу U.

Единица СИ емкости: $[C]=\frac{\text{Кл}}{\text{В}}=$ фарад (Ф).

Задача 1

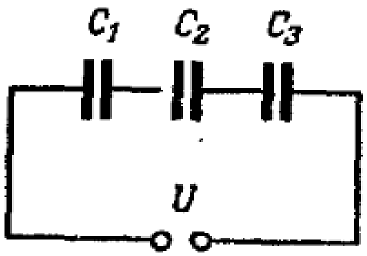
3.103. Пространство между обкладками плоского конденсатора
заполнено последовательно двумя диэлектрическими слоями 1 и 2 с толщинами d_1 и d_2 и с диэлектрическими проницаемостями ε_1 и ε_2. Площадь каждой обкладки равна S. Найти емкость конденсатора



29.3.3. Последовательное соединение конденсаторов

Заряды на последовательно соединенных конденсаторах одинаковы. Полное напряжение равно сумме напряжений на отдельных конденсаторах:

$$U = \frac{Q}{C} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \frac{Q}{C_3} + \ldots$$



При последовательном соединении конденсаторов величина, обратная величине полной емкости, равна сумме величин, обратных емкостям отдельных конденсаторов:

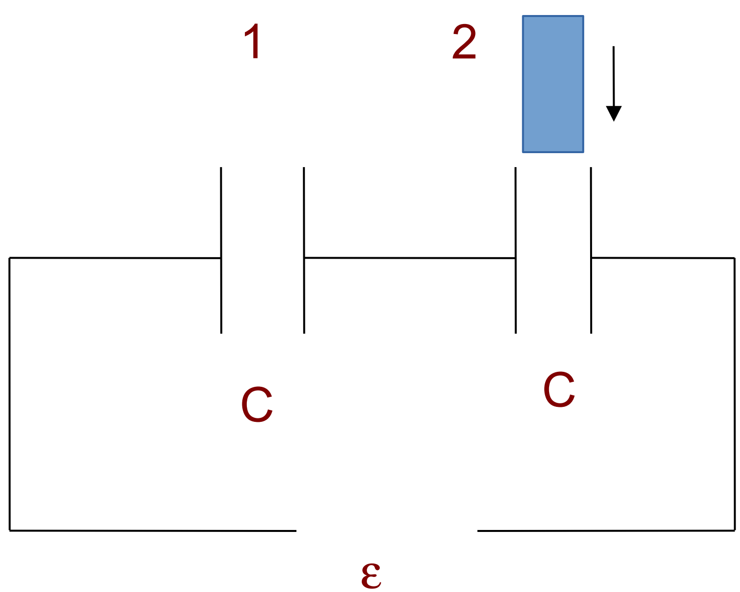
(Э 29.17) $$\boxed{\frac{1}{C_{\text{посл}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \ldots}$$

Решение задачи 1

$$\frac{1}{C} = \frac{d_1}{\varepsilon_0 \varepsilon_1 S} + \frac{d_2}{\varepsilon_0 \varepsilon_2 S} \quad \text{or,} \quad C = \frac{\varepsilon_0 S}{(d_1/\varepsilon_1) + (d_2/\varepsilon_2)}$$

Задача 2

3.102. К источнику с э. д. с. $\mathcal{E}$ подключили последовательно два плоских воздушных конденсатора, каждый емкости C. Затем один из конденсаторов заполнили однородным диэлектриком с проницаемостью ε. Во сколько раз уменьшилась напряженность электрического поля в этом конденсаторе? Какой заряд пройдет через источник?



Решение задачи 2

From the symmetry of the problem, the voltage across each capacitor, $\Delta\varphi = \xi/2$ and charge on each capacitor $q = C\,\xi/2$ in the absence of dielectric.

Now when the dielectric is filled up in one of the capacitors, the equivalent capacitance of the system,

$$C'_0 = \frac{C\varepsilon}{1+\varepsilon}$$

and the potential difference across the capacitor, which is filled with dielectric,

$$\Delta\varphi' = \frac{q'}{\varepsilon C} = \frac{C\varepsilon}{(1+\varepsilon)}\frac{\xi}{C\varepsilon} = \frac{\xi}{(1+\varepsilon)}$$

But $\qquad \varphi\,\alpha\,E$

So, as φ decreases $\frac{1}{2}(1+\varepsilon)$ times, the field strength also decreases by the same factor and flow of charge, $\Delta q = q' - q$

$$= \frac{C\varepsilon}{(1+\varepsilon)}\xi - \frac{C}{2}\xi = \frac{1}{2}C\,\xi\frac{(\varepsilon-1)}{(\varepsilon+1)}$$

Задача 3

Нарисуйте спектры импеданса (комплексного сопротивления) и адмитанса (проводимости) для

1. R=1000 ом

2. C = 1мкФ

3. параллельно соединенные 1000 ом и 1мкф

спектр импеданса — зависимость Z'' от Z' при изменении частоты от $f_{мин}$ до $f_{макс}$

Решение задачи 3

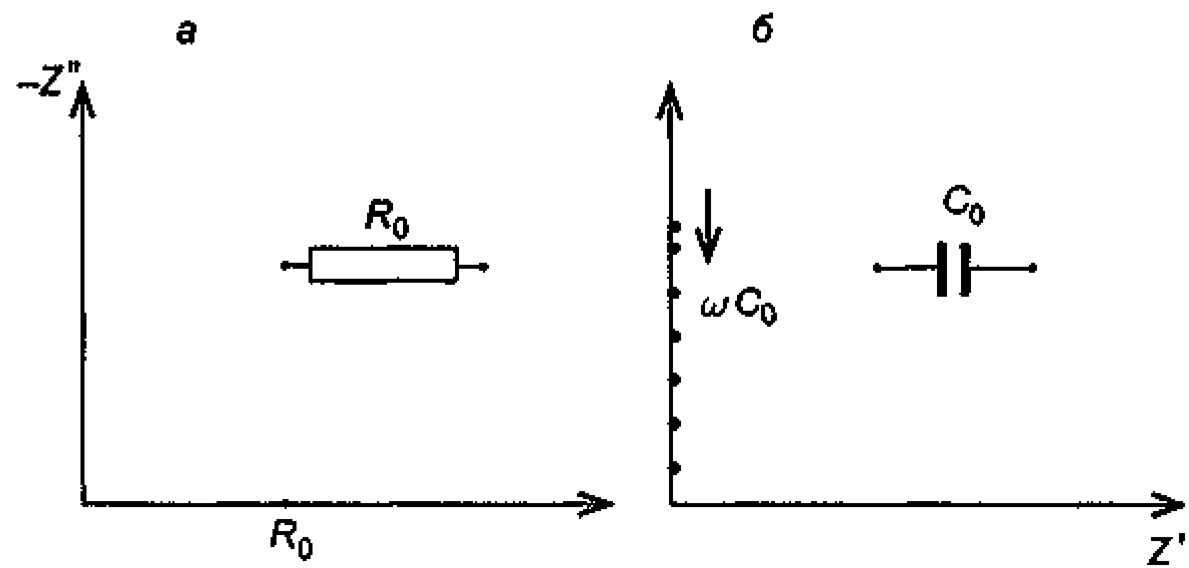


Рис. III.10.3 Годографы импеданса для чисто активного (*а*) и емкостного (*б*) сопротивлений.

Нетрудно видеть, что для чисто активного сопротивления R имеем $Z'_R = R$, $Z''_R = 0$ и $Y_R' = 1/R$, $Y_R'' = 0$. В плоскости Z', Z'' сопротивление R представлено точкой на оси Z' при любой частоте ω (рис. III.10.3, *а*). При замене сопротивления R на емкость C получим, что $Z^* = 1/j\omega C$, поэтому $Z_C' = 0$, $Z_C'' = -j/\omega C$; $Y_C' = 0$, $Y_C'' = j\omega C$. Как видно, емкость имеет чисто реактивный импеданс (адмиттанс), и Z^* зависит от частоты. На комплексной плоскости Z', Z'' зависимость $Z^*(\omega)$ для емкости изображается прямой, совпадающей с осью Z'' (рис. III.10.3, *б*). Графическая зависимость $Z^*(\omega)$ в координатах Z', Z'' (координаты Найквиста (Nyquist plots)) называется годографом импеданса, или его спектром. Построение годогра-

Решение задачи 3

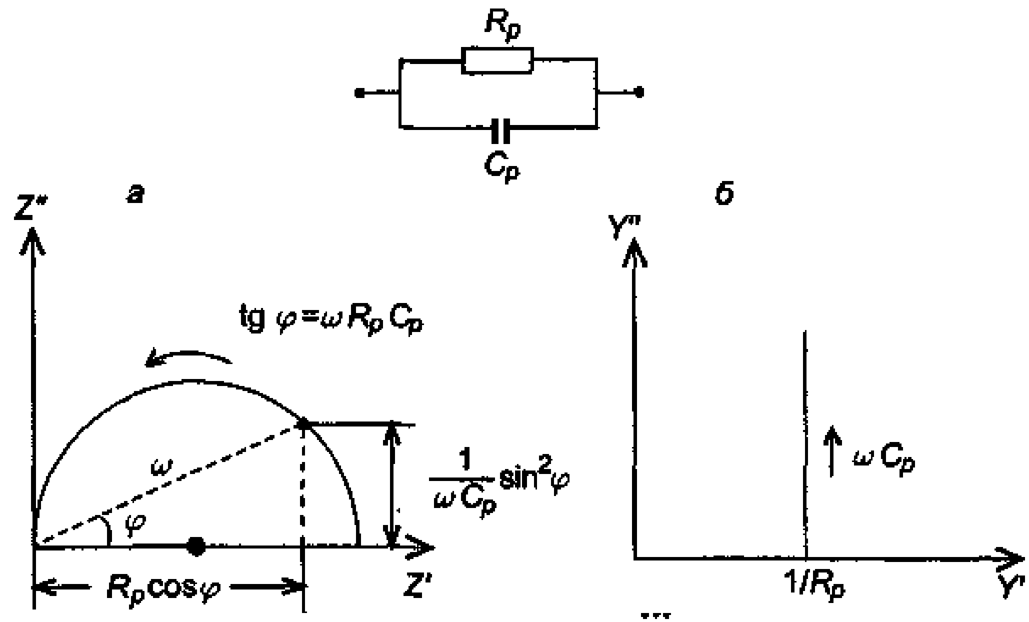


Схема II (рис. III.10.5). Для параллельно соединенных сопротивления R_p и емкости C_p адмиттанс записывается в виде

$$Y_p^* = 1/R_p + j\omega C_p, \text{ или } Y_p' = 1/R_p,\ Y_p'' = j\omega C_p \qquad (4а)$$

Для этого случая годограф адмиттанса представляет прямую линию (рис. III 10 5, *б*) Импеданс этой схемы рассчитывается аналогично адмиттансу схемы I:

$$Z_p^* = 1/Y_p^* = R_p/(1 + j\omega R_p C_p) = R_p/[1 + \omega^2 R_p^2 C_p^2] - j\omega\, R_p^2 C_p/[1 + \omega^2 R_p^2 C_p^2]. \qquad (4б)$$

Нетрудно показать, что выражение $(Z_p' - R_p/2)^2 + (Z_p'')^2$ является величиной постоянной, равной $(R_p/2)^2$, т.е

$$(Z_p' - R_p/2)^2 + (Z_p'')^2 = (R_p/2)^2. \qquad (4в)$$

Уравнение (4в) представляет уравнение окружности с центром в точке с координатами $(R_p/2, 0)$ и радиусом $R_p/2$.