

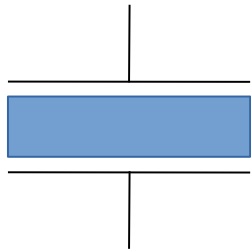
# Высокорезистивные материалы

Раджабов Евгений Александрович

# Решение задач

## Лекция 5

# Емкость конденсатора



Емкость конденсатора в вакууме

$C_0 = \epsilon_0 \cdot S/d$ ;  $S$ - площадь пластин,  $d$ - расстояние между ними

$\epsilon_0$  – диэлектрическая прониц. вакуума =  $8.854 \cdot 10^{-12}$  (а сек)/(в м)

Емкость конденсатора с диэлектриком с

$$C = C_0 \epsilon$$

## 29.3. Емкость

Если сообщать телу электрический заряд, то его потенциал относительно какой-либо точки (например, Земли) будет возрастать пропорционально заряду:  $U \sim Q$ . Коэффициент пропорциональности называется электрической емкостью тела. Емкость характеризует способность тела накапливать заряды.

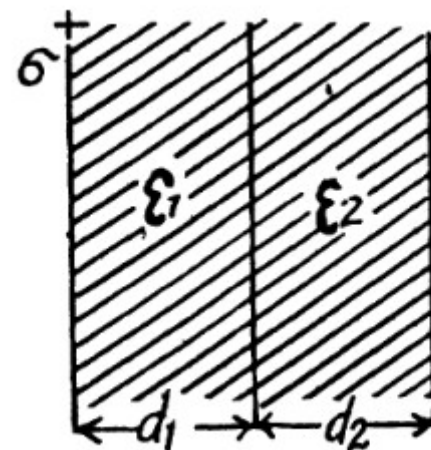
Емкостью  $C$  называется отношение сообщенного заряда  $Q$  к возникающему в результате этого потенциалу  $U$ .



Единица СИ емкости:  $[C] = \frac{\text{Кл}}{\text{В}} = \text{фарад (Ф)}$ .

# Задача 1

3.103. Пространство между обкладками плоского конденсатора заполнено последовательно двумя диэлектрическими слоями 1 и 2 с толщинами  $d_1$  и  $d_2$  и с диэлектрическими проницаемостями  $\epsilon_1$  и  $\epsilon_2$ . Площадь каждой обкладки равна  $S$ . Найти емкость конденсатора



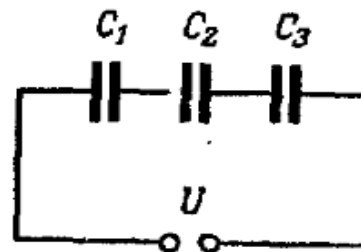
## 29.3.3. Последовательное соединение конденсаторов

Заряды на последовательно соединенных конденсаторах одинаковы. Полное напряжение равно сумме напряжений на отдельных конденсаторах:

$$U = \frac{Q}{C} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \frac{Q}{C_3} + \dots$$

При последовательном соединении конденсаторов величина, обратная величине полной емкости, равна сумме величин, обратных емкостям отдельных конденсаторов:

(Э 29.17) 
$$\frac{1}{C_{\text{посл}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots$$

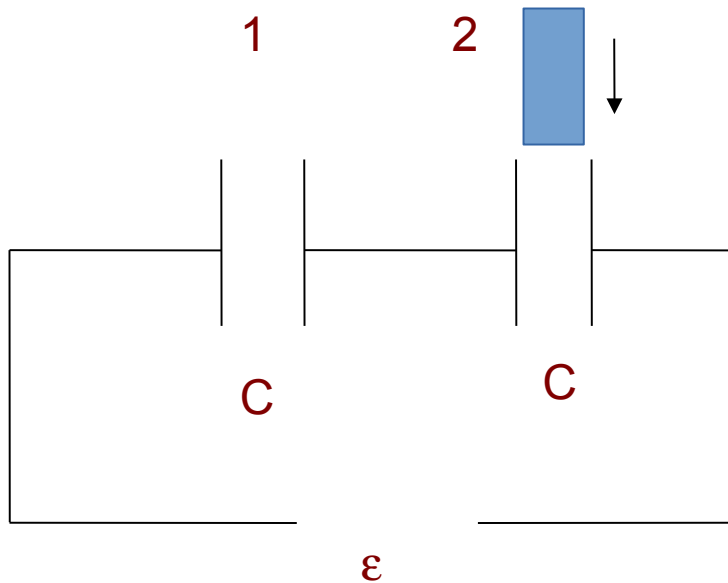


# Решение задачи 1

$$\frac{1}{C} = \frac{d_1}{\epsilon_0 \epsilon_1 S} + \frac{d_2}{\epsilon_0 \epsilon_2 S} \quad \text{or,} \quad C = \frac{\epsilon_0 S}{(d_1/\epsilon_1) + (d_2/\epsilon_2)}$$

## Задача 2

3.102. К источнику с э. д. с.  $\mathcal{E}$  подключили последовательно два плоских воздушных конденсатора, каждый емкости  $C$ . Затем один из конденсаторов заполнили однородным диэлектриком с проницаемостью  $\epsilon$ . Во сколько раз уменьшилась напряженность электрического поля в этом конденсаторе? Какой заряд пройдет через источник?



## Решение задачи 2

From the symmetry of the problem, the voltage across each capacitor,  $\Delta\varphi = \xi/2$  and charge on each capacitor  $q = C \xi/2$  in the absence of dielectric.

Now when the dielectric is filled up in one of the capacitors, the equivalent capacitance of the system,

$$C'_0 = \frac{C\varepsilon}{1 + \varepsilon}$$

and the potential difference across the capacitor, which is filled with dielectric,

$$\Delta\varphi' = \frac{q'}{\varepsilon C} = \frac{C\varepsilon}{(1 + \varepsilon)} \frac{\xi}{C\varepsilon} = \frac{\xi}{(1 + \varepsilon)}$$

But

$$\varphi \propto E$$

So, as  $\varphi$  decreases  $\frac{1}{2}(1 + \varepsilon)$  times, the field strength also decreases by the same factor

and flow of charge,  $\Delta q = q' - q$

$$= \frac{C\varepsilon}{(1 + \varepsilon)} \xi - \frac{C}{2} \xi = \frac{1}{2} C \xi \frac{(\varepsilon - 1)}{(\varepsilon + 1)}$$

# Задача 3

Нарисуйте спектры импеданса (комплексного сопротивления) и адмитанса (проводимости) для

1.  $R=1000$  ом

2.  $C = 1$ мкФ

3. параллельно соединенные 1000 ом и 1мкф

спектр импеданса — зависимость  $Z''$  от  $Z'$  при изменении частоты от  $f_{\text{мин}}$  до  $f_{\text{макс}}$



# Решение задачи 3

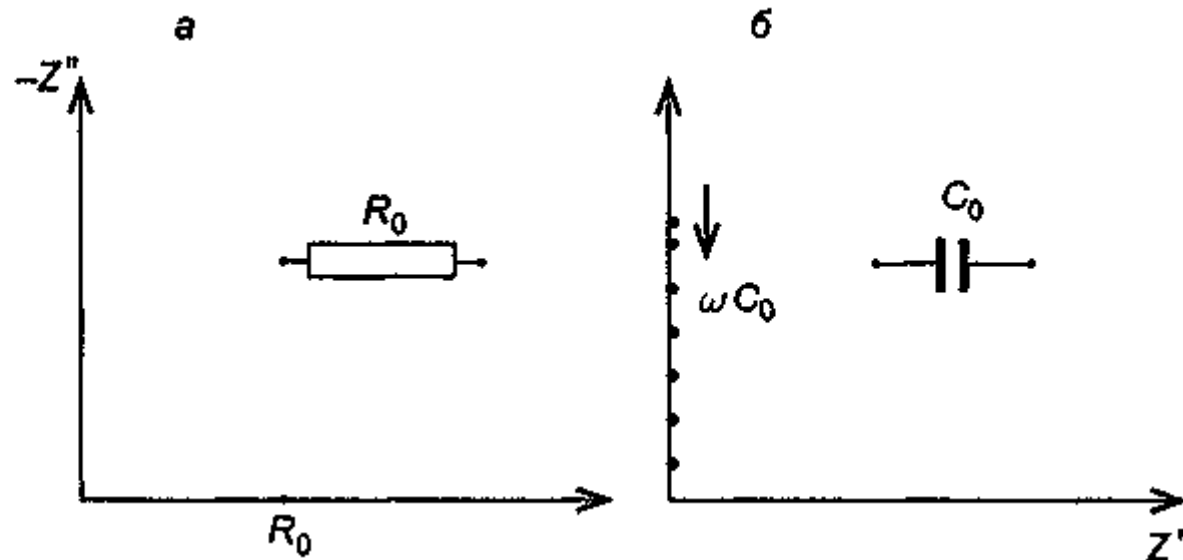


Рис. III.10.3 Годографы импеданса для чисто активного (а) и емкостного (б) сопротивлений.

Нетрудно видеть, что для чисто активного сопротивления  $R$  имеем  $Z'_R = R$ ,  $Z''_R = 0$  и  $Y'_R = 1/R$ ,  $Y''_R = 0$ . В плоскости  $Z'$ ,  $Z''$  сопротивление  $R$  представлено точкой на оси  $Z'$  при любой частоте  $\omega$  (рис. III.10.3, а). При замене сопротивления  $R$  на емкость  $C$  получим, что  $Z^* = 1/j\omega C$ , поэтому  $Z'_C = 0$ ,  $Z''_C = -j/\omega C$ ;  $Y'_C = 0$ ,  $Y''_C = j\omega C$ . Как видно, емкость имеет чисто реактивный импеданс (адмиттанс), и  $Z^*$  зависит от частоты. На комплексной плоскости  $Z'$ ,  $Z''$  зависимость  $Z^*(\omega)$  для емкости изображается прямой, совпадающей с осью  $Z''$  (рис. III.10.3, б). Графическая зависимость  $Z^*(\omega)$  в координатах  $Z'$ ,  $Z''$  (координаты Найквиста (Nyquist plots)) называется годографом импеданса, или его спектром. Построение годогра-

# Решение задачи 3

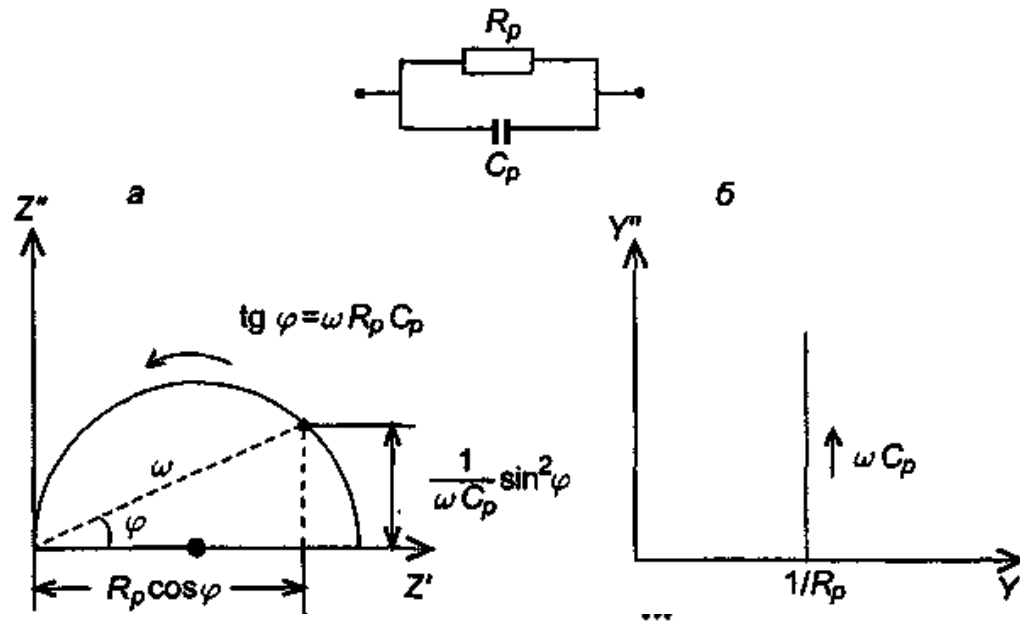


Схема II (рис. III.10.5). Для параллельно соединенных сопротивления  $R_p$  и емкости  $C_p$  адмиттанс записывается в виде

$$Y_p^* = 1/R_p + j\omega C_p, \text{ или } Y_p' = 1/R_p, Y_p'' = j\omega C_p \quad (4a)$$

Для этого случая годограф адмиттанса представляет прямую линию (рис. III 10 5, б) Импеданс этой схемы рассчитывается аналогично адмиттансу схемы I:

$$Z_p^* = 1/Y_p^* = R_p/(1 + j\omega R_p C_p) = R_p/[1 + \omega^2 R_p^2 C_p^2] - j\omega R_p^2 C_p/[1 + \omega^2 R_p^2 C_p^2]. \quad (4б)$$

Нетрудно показать, что выражение  $(Z_p' - R_p/2)^2 + (Z_p'')^2$  является величиной постоянной, равной  $(R_p/2)^2$ , т.е

$$(Z_p' - R_p/2)^2 + (Z_p'')^2 = (R_p/2)^2. \quad (4в)$$

Уравнение (4в) представляет уравнение окружности с центром в точке с координатами  $(R_p/2, 0)$  и радиусом  $R_p/2$ .