

3.103. Пространство между обкладками плоского конденсатора заполнено последовательно двумя диэлектрическими слоями 1 и 2 с толщинами d_1 и d_2 и с проницаемостями ϵ_1 и ϵ_2 . Площадь каждой обкладки равна S . Найти:

- а) емкость конденсатора;
- б) плотность σ' связанных зарядов на границе раздела диэлектрических слоев, если напряжение на конденсаторе равно U и электрическое поле направлено от слоя 1 к слою 2.

3.148. Воздушный цилиндрический конденсатор, подключенный к источнику постоянного напряжения $U = 200$ В, погружают в вертикальном положении в сосуд с дистиллированной водой со скоростью $v = 5,0$ мм/с. Зазор между обкладками конденсатора $d = 2,0$ мм, средний радиус кривизны обкладок $r = 50$ мм. Имея в виду, что $d \ll r$, найти ток, текущий при этом по подводящим проводам.

3.104. Зазор между обкладками плоского конденсатора заполнен изотропным диэлектриком, проницаемость ϵ которого изменяется в перпендикулярном к обкладкам направлении по линейному закону от ϵ_1 до ϵ_2 , причем $\epsilon_2 > \epsilon_1$. Площадь каждой обкладки S , расстояние между ними d . Найти:

- а) емкость конденсатора;
- б) объемную плотность связанных зарядов как функцию ϵ , если заряд конденсатора q и поле E в нем направлено в сторону возрастания ϵ .

3.149. При 0°C сопротивление проводника 1 в η раз меньше сопротивления проводника 2. Их температурные коэффициенты сопротивления равны α_1 и α_2 . Найти температурный коэффициент сопротивления участка цепи, состоящего из этих двух проводников, если они соединены:

- а) последовательно; б) параллельно.

3.108. Два длинных прямых провода с одинаковым радиусом сечения a расположены в воздухе параллельно друг другу. Расстояние между их осями равно b . Найти взаимную емкость проводов на единицу их длины при условии $b \gg a$.

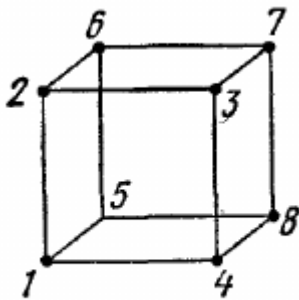


Рис. 3.35.

3.150. Найти сопротивление проволочного каркаса, имеющего форму куба (рис. 3.35), при включении его в цепь между точками:

а) 1 — 7; б) 1 — 2; в) 1 — 3.

Сопротивление каждого ребра каркаса равно R .

3.110. Найти емкость системы из двух одинаковых металлических шариков радиуса a , расстояние между центрами которых b , причем $b \gg a$. Система находится в однородном диэлектрике с проницаемостью ϵ .

3.201. Стекла́нная пласти́нка целиком заполняет зазор между обкладками плоского конденсатора, емкость которого в отсутствие пласти́нки $C = 20$ нФ. Конденсатор подклю́чен к источнику постоянного напряже́ния $U = 100$ В. Пласти́нку медленно (без трения) извлекли из зазора. Найти приращение энергии конденсатора и механическую работу, затраченную на извлечение пласти́нки.

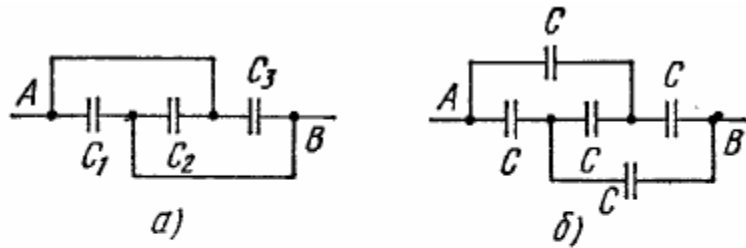


Рис. 3.17.

3.112. Найти емкость системы одинаковых конденсаторов между точками A и B , которая показана:

а) на рис. 3.17, а; б) на рис. 3.17, б.

3.179. На рис. 3.43 показана схема потенциометра, с помощью которого можно менять напряжение U , подаваемое на некоторый прибор с сопротивлением R . Потенциометр имеет длину l , сопротивление R_0 и находится под напряжением U_0 . Найти напряжение U , снимаемое на прибор, как функцию расстояния x . Исследовать отдельно случай $R \gg R_0$.

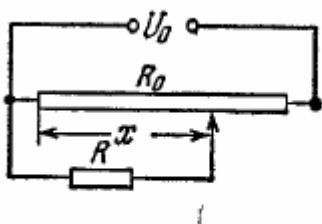


Рис. 3.43.

3.115. В схеме (рис. 3.19) найти разность потенциалов между точками A и B , если э. д. с. $\mathcal{E} = 110$ В и отношение емкостей $C_2/C_1 = \eta = 2,0$.

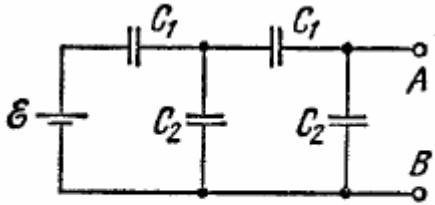


Рис. 3.19.

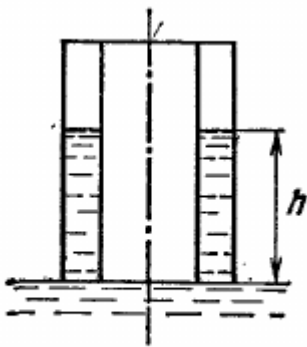


Рис. 3.56.

3.202. Цилиндрический конденсатор, подключенный к источнику постоянного напряжения U , упирается своим торцом в поверхность воды (рис. 3.56). Расстояние d между обкладками конденсатора значительно меньше их среднего радиуса. Найти высоту h , на ко-

торой установится уровень воды между обкладками конденсатора. Капиллярными явлениями пренебречь.

3.120. Определить разность потенциалов $\varphi_A - \varphi_B$ между точками A и B схемы (рис. 3.23). При каком условии она равна нулю?

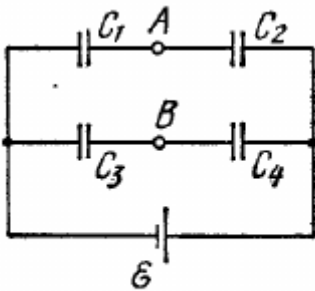


Рис. 3.23.

3.203. Радиусы обкладок сферического конденсатора равны a и b , причем $a < b$. Пространство между обкладками заполнено однородным веществом с диэлектрической проницаемостью ϵ и удельным сопротивлением ρ . Первоначально конденсатор не заряжен. В момент $t = 0$ внутренней обкладке сообщили заряд q_0 . Найти:

- закон изменения во времени заряда на внутренней обкладке;
- количество тепла, выделившегося при растекании заряда.

3.124. Найти разность потенциалов $\varphi_A - \varphi_B$ между точками A и B схемы (рис. 3.26).

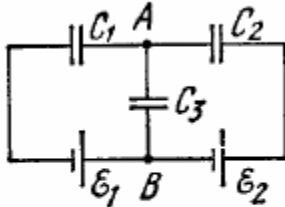


Рис. 3.26.

3.204. Обкладкам конденсатора емкости $C = 2,00$ мкФ сообщили разноименные заряды $q_0 = 1,00$ мКл. Затем обкладки замкнули через сопротивление $R = 5,0$ МОм. Найти:

а) заряд, прошедший через это сопротивление за $\tau = 2,00$ с;

б) количество тепла, выделившееся в сопротивлении за то же время.

3.137. Сферическую оболочку радиуса R_1 , равномерно заряженную зарядом q , расширили до радиуса R_2 . Найти работу, совершенную при этом электрическими силами.

* 3.155. Металлический шар радиуса a окружен концентрической тонкой металлической оболочкой радиуса b . Пространство между этими электродами заполнено однородной слабо проводящей средой с удельным сопротивлением ρ . Найти сопротивление межэлектродного промежутка. Исследовать полученное выражение при $b \rightarrow \infty$.

3.138. Имеется сферическая оболочка, равномерно заряженная зарядом q , в центре которой расположен точечный заряд q_0 . Найти работу, совершенную электрическими силами при расширении оболочки — увеличении ее радиуса от R_1 до R_2 .

3.160. Зазор между обкладками плоского конденсатора заполнен стеклом с удельным сопротивлением $\rho = 100$ ГОм·м. Емкость конденсатора $C = 4,0$ нФ. Найти ток утечки через конденсатор при подаче на него напряжения $U = 2,0$ кВ.

3.141. Имеется плоский воздушный конденсатор, площадь каждой обкладки которого равна S . Какую работу необходимо совершить, чтобы медленно увеличить расстояние между обкладками от x_1 до x_2 , если при этом поддерживать неизменным:

- а) заряд конденсатора, равный q ;
- б) напряжение на конденсаторе, равное U ?

3.161. Два проводника произвольной формы находятся в безграничной однородной слабо проводящей среде с удельным сопротивлением ρ и диэлектрической проницаемостью ϵ . Найти значение произведения RC для данной системы, где R — сопротивление среды между проводниками, C — взаимная емкость проводников при наличии среды.

3.142. Внутри плоского конденсатора находится параллельная обкладкам пластинка, толщина которой составляет $\eta = 0,60$ части зазора между обкладками. Емкость конденсатора в отсутствие пластинки $C = 20$ нФ. Конденсатор сначала подключили параллельно к источнику постоянного напряжения $U = 200$ В, затем отключили и после этого медленно извлекли пластинку из зазора. Найти работу, затраченную на извлечение пластинки, если пластинка:

- а) металлическая; б) стеклянная.

3.168. Между пластинами плоского конденсатора находится неоднородная слабо проводящая среда, удельное сопротивление которой изменяется только в направлении, перпендикулярном к пластинам, причем по линейному закону. Отношение максимального значения удельного сопротивления к минимальному равно η . Ширина зазора d . Найти объемную плотность заряда в зазоре при напряжении на конденсаторе U .

3.144. Плоский конденсатор расположен горизонтально так, что одна его пластина находится над поверхностью жидкости, другая — под поверхностью жидкости (рис. 3.33). Диэлектрическая проницаемость жидкости ϵ , её плотность ρ . На какую высоту поднимется уровень жидкости в конденсаторе после сообщения его пластинам заряда с поверхностной плотностью σ ?

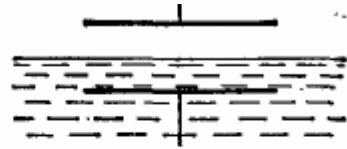


Рис. 3.33.

3.171. Конденсатор, заполненный диэлектриком с проницаемостью $\epsilon = 2,1$, теряет за время $\tau = 3,0$ мин половину сообщенного ему заряда. Предполагая, что утечка заряда происходит только через диэлектрическую прокладку, вычислить ее удельное сопротивление.

3.145. В цилиндрический конденсатор вводят цилиндрический слой диэлектрика с проницаемостью ε , заполняющий все пространство между обкладками. Средний радиус обкладок равен R , зазор между ними d , причем $d \ll R$. Обкладки конденсатора подключены к источнику постоянного напряжения U . Найти модуль вектора электрической силы, втягивающей диэлектрик в конденсатор.



3.172. Цепь состоит из источника постоянной э. д. с. \mathcal{E} и последовательно подключенных к нему сопротивления R и конденсатора емкости C . Внутреннее сопротивление источника пренебрежимо мало. В момент $t = 0$ емкость конденсатора быстро (скачком) уменьшили в η раз. Найти ток в цепи как функцию времени t .

3.116. Найти емкость бесконечной цепи, которая образована повторением одного и того же звена, состоящего из двух одинаковых конденсаторов, каждый емкости C (рис. 3.20).

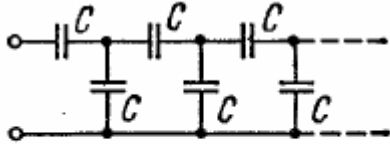


Рис. 3.20.

3.216. Плоский воздушный конденсатор, расстояние между пластинами которого $d = 5,0$ мм, зарядили до разности потенциалов $U = 90$ В и отключили от источника напряжения. Найти время, за которое напряжение на конденсаторе уменьшится на $\eta = 1,0\%$, имея в виду, что в воздухе при обычных условиях в среднем образуется за единицу времени в единице объема число пар ионов $\dot{n}_i = 5,0 \text{ см}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$ и что данное напряжение соответствует току насыщения.

3.114. Конденсатор емкости $C_1 = 1,0$ мкФ выдерживает напряжение не более $U_1 = 6,0$ кВ, а конденсатор емкости $C_2 = 2,0$ мкФ — не более $U_2 = 4,0$ кВ. Какое напряжение может выдержать система из этих двух конденсаторов при последовательном соединении?

3.169. Длинный проводник круглого сечения площади S сделан из материала, удельное сопротивление которого зависит только от расстояния r до оси проводника по закону $\rho = \alpha/r^2$, где α — постоянная. Найти:

- а) сопротивление единицы длины такого проводника;
- б) напряженность электрического поля в проводнике, при которой по нему будет протекать ток I .

Необходимые формулы

3.3. Емкость. Энергия электрического поля

- Емкость плоского конденсатора:

$$C = \epsilon \epsilon_0 S/d. \quad (3.3a)$$

- Энергия взаимодействия системы точечных зарядов:

$$W = 1/2 \sum q_i \varphi_i. \quad (3.3б)$$

- Полная электрическая энергия системы с непрерывным распределением заряда:

$$W = 1/2 \int \varphi \rho dV. \quad (3.3в)$$

- Полная электрическая энергия двух заряженных тел 1 и 2:

$$W = W_1 + W_2 + W_{12}, \quad (3.3г)$$

где W_1 и W_2 — собственные энергии тел, W_{12} — энергия взаимодействия.

- Энергия заряженного конденсатора:

$$W = \frac{qU}{2} = \frac{q^2}{2C} = \frac{CU^2}{2}. \quad (3.3д)$$

- Объемная плотность энергии электрического поля:

$$w = \frac{ED}{2} = \frac{\epsilon \epsilon_0 E^2}{2}. \quad (3.3е)$$

3.4. Электрический ток

- Закон Ома для неоднородного участка цепи:

$$I = \frac{U_{12}}{R} = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_{12}}{R}, \quad (3.4a)$$

где U_{12} — падение напряжения на данном участке.

- Закон Ома в дифференциальной форме:

$$\mathbf{j} = \sigma (\mathbf{E} + \mathbf{E}^*), \quad (3.4б)$$

где \mathbf{E}^* — напряженность поля сторонних сил.

- Правила Кирхгофа:

$$\sum I_k = 0, \quad \sum I_k R_k = \sum \mathcal{E}_k. \quad (3.4в)$$

- Мощность тока P и тепловая мощность Q :

$$P = UI = (\varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_{12}) I, \quad Q = RI^2. \quad (3.4г)$$

- Удельная мощность тока $P_{уд}$ и удельная тепловая мощность тока $Q_{уд}$:

$$P_{уд} = \mathbf{j} (\mathbf{E} + \mathbf{E}^*), \quad Q_{уд} = \rho j^2. \quad (3.4д)$$

- Плотность тока в металле:

$$\mathbf{j} = en\mathbf{u}, \quad (3.4е)$$

где \mathbf{u} — средняя скорость носителей.

- Число ионов, рекомбинирующих за единицу времени в единице объема газа:

$$\dot{n}_r = rn^2, \quad (3.4ж)$$

где r — коэффициент рекомбинации.