

**Связь между временными и спектральными характеристиками. Фурье преобразования.**

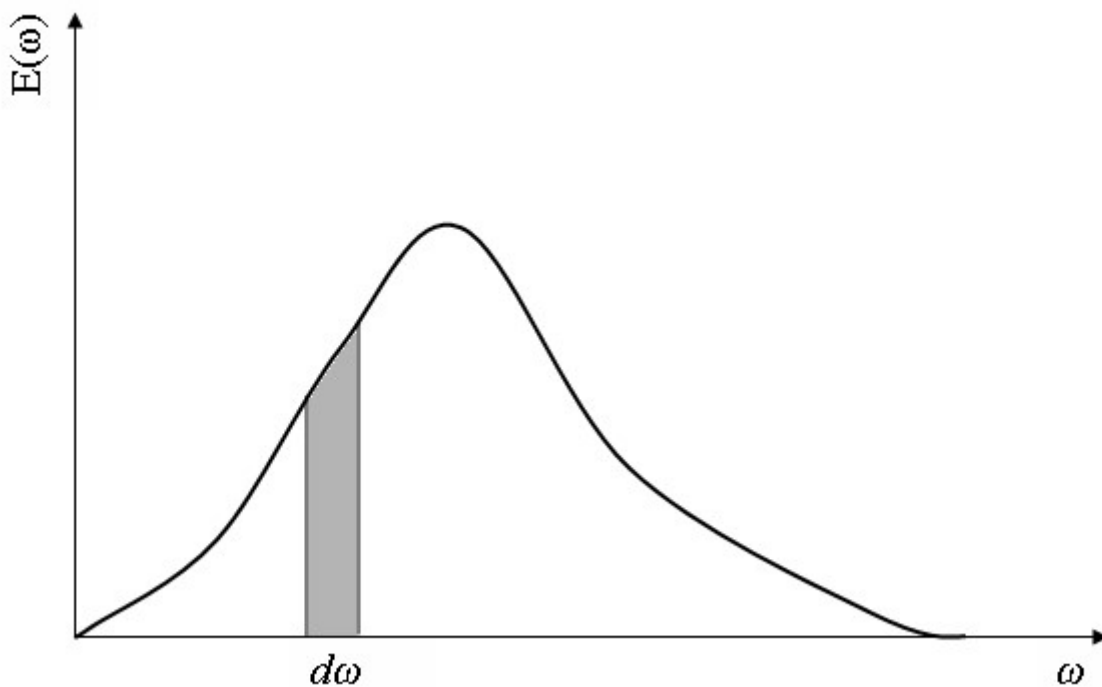
Предположим, что источник излучения не является монохроматическим, напряженность электрического поля такого источника  $E(\omega)$  является функцией частоты  $\omega$ . Выберем бесконечно узкий спектральный интервал  $d\omega$  в пределах которого можем считать волну монохроматической, тогда поле такого элементарного источника может быть записано следующим образом:

$$dE(t) = E(\omega)[\exp(-i\omega t)] d\omega. \quad (1)$$

Результирующее поле такого источника

$$E(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} E(\omega)[\exp(-i\omega t)] d\omega, \quad (2)$$

здесь  $1/2\pi$  -нормировочный множитель.



Выражение (2) показывает, что функция  $E(t)$ , описывающая временной характер поля источника и функция  $E(\omega)$ , описывающая его спектральный состав, связаны Фурье преобразованием. Из выражения (2) с помощью обратного Фурье преобразования можно найти спектральную амплитуду

$$E(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} E(t)[\exp(i\omega t)] dt. \quad (3)$$

Найдем интенсивность источника сложного спектрального состава,

Для этого запишем выражение для нахождения интенсивности

$I = \frac{c}{4\pi} \operatorname{Re} \langle E \cdot E^* \rangle$  в явном виде:

$$I = \frac{C}{4\pi T} \operatorname{Re} \int_{-T/2}^{T/2} E(t) \cdot E^*(t) dt, \quad (4)$$

где  $T$ - время наблюдения.

Подставив в выражение (4)  $E(t)$  в виде (2), поменяв порядок интегрирования, можно получить для интенсивности следующее выражение

$$I = \frac{1}{2\pi} \operatorname{Re} \int_0^\infty \frac{CE(\omega) \cdot E^*(\omega)}{8\pi T} d\omega. \quad (5)$$

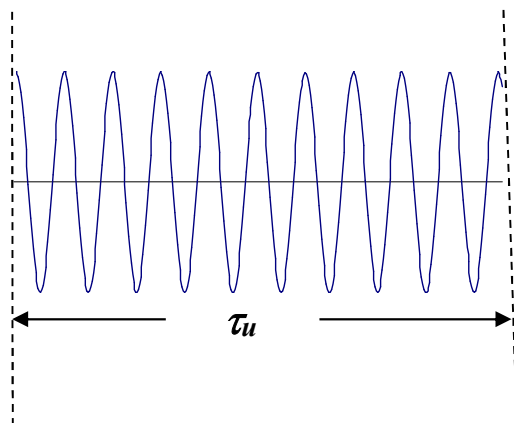
Очевидно, что функция

$$S(\omega) = \operatorname{Re} \frac{CE(\omega) \cdot E^*(\omega)}{8\pi T} \quad (6)$$

является спектральной плотностью интенсивности и интенсивность источника может быть записана в виде

$$I = \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty S(\omega) d\omega. \quad (7)$$

Рассмотрим спектр цуга

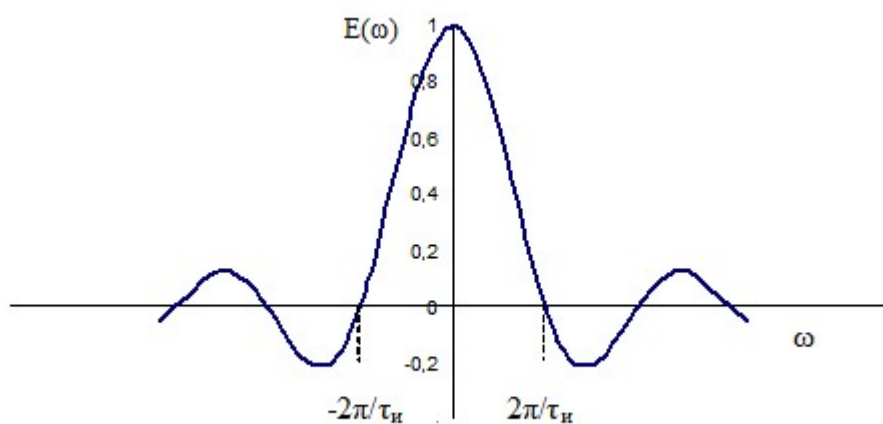


$$E(\omega) = E_0 \int_{-\tau_u/2}^{\tau_u/2} [\exp(i\omega t)] dt$$

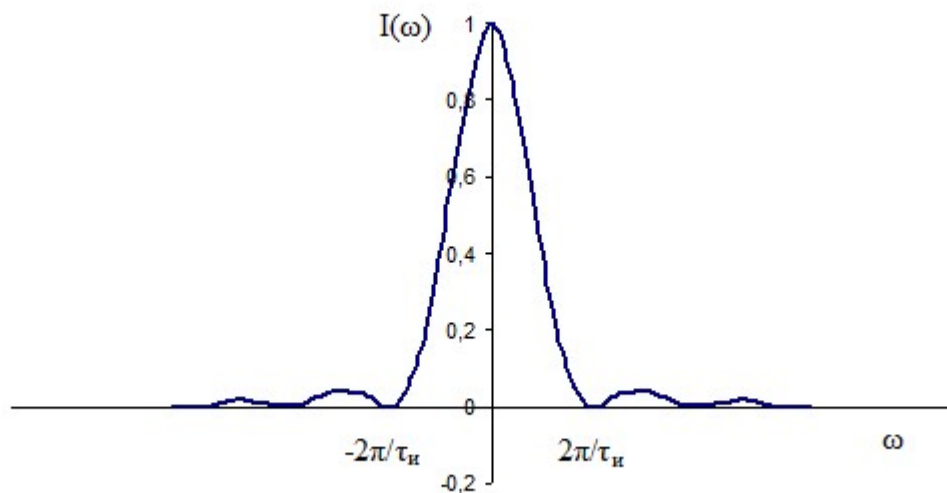
Несложные вычисления дают следующее выражение для спектра.

$$E(\omega) = E_0 \tau_u \frac{\sin\left(\frac{\omega \tau_u}{2}\right)}{\frac{\omega \tau_u}{2}}$$

$$I(\omega) = I_0 \left( \frac{\sin\left(\frac{\omega \tau_u}{2}\right)}{\frac{\omega \tau_u}{2}} \right)^2$$



Распределение напряженности в спектре цуга



Распределение интенсивности в спектре цуга.

Ширина спектра определяется условием:

$$\frac{\omega\tau_u}{2} = \pi, \text{ отсюда ширина спектра } \Delta\omega = 2\pi/\tau_u \text{ или } \Delta\nu = 1/\tau_u$$