

ЛЕКЦИЯ 11.

ДИФРАКЦИЯ

Дифракция Френеля. Метод зон Френеля.

Определение Зоммерфельда.

Дифракцией света называется совокупность явлений, возникающих при распространении ограниченного пучка света, заключающихся в огибании границ, определенных законами геометрической оптики. При этом в области дифракции наблюдается периодическое распределение интенсивности дифрагировавших волн с максимумами и минимумами освещенности.

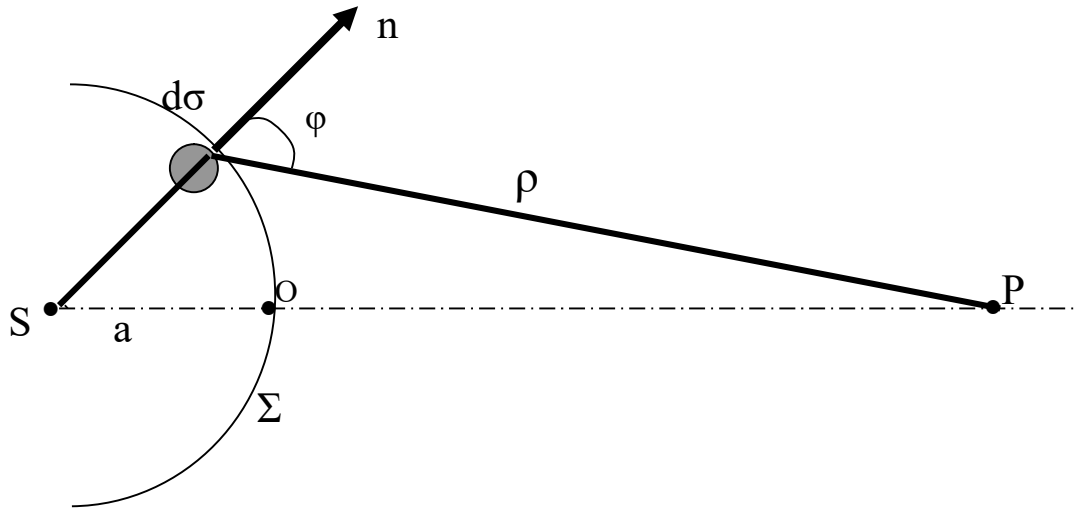
Явление дифракции наблюдается как для волн, проходящих различные диафрагмы: щели, отверстия различной формы и т.д., так и для волн, отраженных от различных объектов.

Под дифракцией мы будем понимать совокупность явлений, возникающих при распространении световой волны, пространственно модулированной по амплитуде или фазе. В частности, дифракция возникает при распространении волнового фронта, ограниченного с помощью экранов различного вида (амплитудная модуляция), или при прохождении фронтом ограниченной прозрачной пластинки (фазовая модуляция). С этой точки зрения построение изображения объекта также относится к задачам дифракции.

Дифракция Френеля. Метод зон Френеля.

В общем случае для построения изображения необходимо найти решение волнового уравнения с граничными условиями, определяемыми геометрией и характеристиками объекта. Получить такое решение сложно даже для объектов простейшей формы, поэтому в оптике используют приближенные методы решения, основанные на том, что длина световой волны обычно мала по сравнению с характерными масштабами задачи: размером объекта и расстоянием до точки наблюдения. Одним из таких методов построения изображения объекта, как было показано Кирхгофом, является метод, основанный на *принципе Гюйгенса-Френеля*.

Согласно этому принципу световое поле, возникающее вследствие *дифракции* на некотором объекте, представляет собой картину *интерференции* сферических волн, излучаемых вторичными элементарными источниками. При этом предполагается, что амплитуда поля вторичных источников на закрытой объектом части волнового фронта равна нулю, а на открытой части фронта – амплитуде исходного поля, т.е. пренебрегается эффектами вблизи его краев объекта (граничное условие Кирхгофа).



В соответствии с принципом Гюйгенса-Френеля суммирование вторичных волн в произвольной точке наблюдения P производится с помощью *интеграла Гюйгенса-Френеля*, который имеет вид:

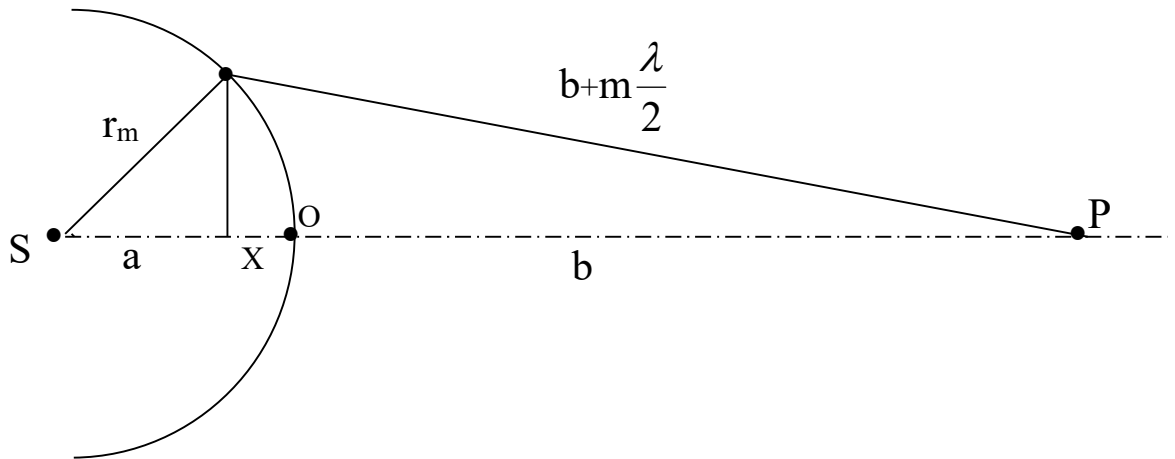
$$\varepsilon(P) = \int_{\Sigma} \frac{A_0}{\rho} \exp(-ik\rho) K(\varphi) d\sigma. \quad (3.1)$$

Здесь $\varepsilon(P)$ и A_0 , соответственно, амплитуды суммарного волнового поля в точке наблюдения P и поля элементарного вторичного источника площадью $d\sigma$, расположенного в произвольной точке волнового фронта падающей волны; второй множитель в подынтегральном выражении описывает пространственную часть сферической волны, излучаемой элементарным источником, а множитель $K(\varphi)$ учитывает, что вклад элемента $d\sigma$ в суммарное поле зависит от угла φ между нормалью к площади элемента и направлением радиус - вектора $\vec{\rho}$ в точку наблюдения (см. рис.):

$$K(\varphi) = \frac{i}{\lambda} \left(\frac{1 + \cos \varphi}{2} \right).$$

Качественно можно рассмотреть дифракционную картину с помощью метода зон Френеля. В соответствии с принципом Гюйгенса-Френеля, любая точка пространства, до которой дошел волновой фронт, становится источником вторичных волн. Дифракционная картина является результатом

интерференции этих волн. Пусть в точке S расположен источник света (рис.). Волна, распространяющаяся от источника, имеет сферический волновой фронт радиуса a . Рассмотрим точку P , находящуюся от волнового фронта на расстоянии b .



Согласно Френелю, волновой фронт разбивается на зоны, при этом расстояние до точки P увеличивается при переходе к следующей зоне на $\frac{\lambda}{2}$.

На рисунке r_m — радиус m -ой зоны Френеля. Расстояние от края m -ой зоны до точки P равно $b + m \frac{\lambda}{2}$.

Нетрудно показать, с учетом оптического приближения $\lambda \ll b$, что

$$r_m = \sqrt{m \frac{ab\lambda}{a+b}}. \quad (41)$$

Так как разность хода от соседних зон составляет $\frac{\lambda}{2}$, волны, попадающие от них в точку P , гасят друг друга. Поэтому в точке P наблюдается максимум, если открыто нечетное число зон Френеля, и минимум, если открыто четное число зон Френеля для точки P . Если на круглое отверстие падает плоская волна, $a \rightarrow \infty$. Формула (41) упрощается.

$$r_m = \sqrt{m\lambda b} \quad (42)$$

Рассмотрим следующую задачу. Перекроем волновой фронт экраном с открывающейся диафрагмой, увеличивая радиус отверстия, будем наблюдать за изменением амплитуды в точке (P). Разобьем зоны Френеля на бесконечно тонкие слои и построим результирующую амплитуду. Полученная линия называется спиралью Френеля. При полностью открытом волновом фронте амплитуда равна A_0 .

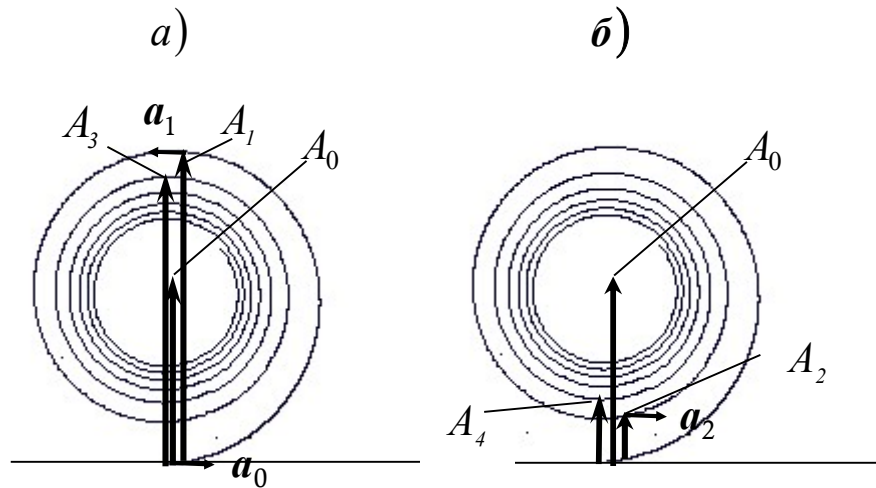


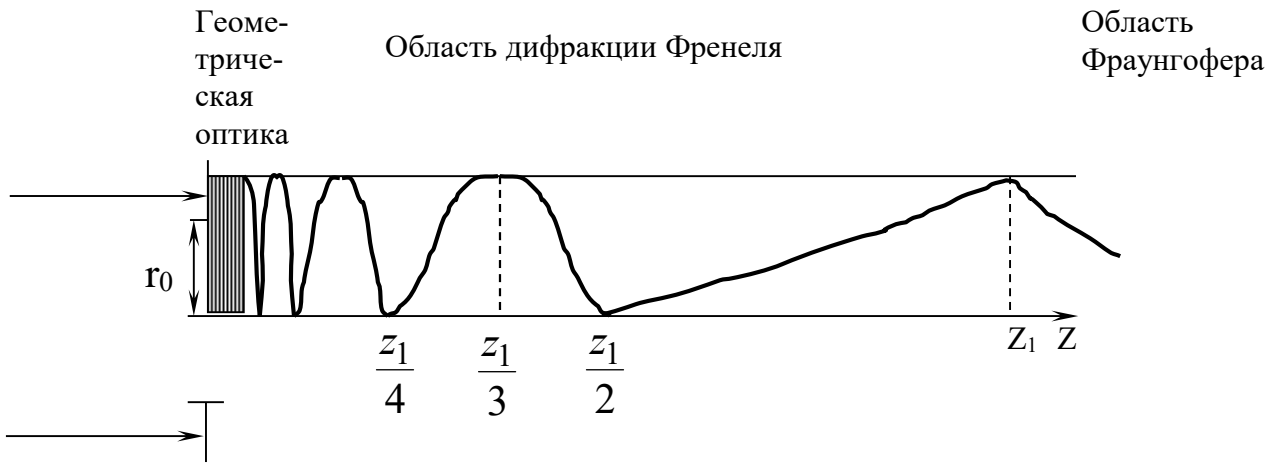
Рис.3.5. Спираль Френеля с векторами суммарного поля для нечетного –а) и четного – б) числа открытых зон Френеля

Зонная пластинка.

Линза таутохронная система.

Границы применимости зонной теории Френеля.

Рассмотрим более подробно распространение ограниченного пучка света.



Пусть плоская монохроматическая световая волна падает на отверстие радиуса r_0 . Рассмотрим, как будет меняться интенсивность света для точек, расположенных вдоль оси z . Найдем точку, для которой отверстие будет представлять одну зону Френеля.

В формуле (42) положим $r_m = r_0$; $b = z_1$; $m = 1$, тогда

$$z_1 = \frac{r_0^2}{\lambda}, \tag{43}$$

в этой точке наблюдается максимум.

При $m = 2$

$$z_2 = \frac{z_1}{2} \quad (44)$$

в точке наблюдается минимум.

Следующий максимум будет при

$$z_3 = \frac{z_1}{3} \quad (45)$$

и т.д.

Максимумы будут сближаться, и при $z \ll \frac{r_0^2}{\lambda}$ мы перейдем в область геометрической оптики. При этом соседние максимумы уже не будут различимы.

Если мы будем продвигаться по оси z вправо, удаляясь от отверстия радиусом r_0 за точку z_1 , отверстие для данной области будет представлять собой часть первой зоны Френеля и интенсивность световой волны будет падать $\sim \frac{1}{z^2}$. То есть для области $z > \frac{r_0^2}{\lambda}$ волна будет представлять собой сферическую волну независимо от формы объекта. Данная область называется областью дифракции Фраунгофера.

Зоны Шустера. Дифракция на краю экрана.

Полная амплитуда светового поля в точке наблюдения в соответствии с (3.5) найдется как сумма этих элементарных векторов, причем интегрирование ведется фактически по открываемой щелью части светового фронта, т.е. в пределах отрезка $(-d_x/2; d_x/2)$.

В силу симметрии картины относительно оси Z рассмотрим сначала только вклад от верхней половины щели, где $x \geq 0$. При “бесконечно” малой ширине щели она открывает на падающем световом фронте элемент α_0 , лежащий на оси Z (см. рис.3.2), для которого $x \approx 0$, и фаза соответствующего элементарного вектора колебаний светового поля \mathbf{a}_0 также близка к нулю, т. е. этот вектор направлен вдоль действительной оси. С увеличением ширины щели $d_x/2$ для вновь открываемых элементов светового фронта возрастает длина оптического пути до точки наблюдения и, следовательно, возрастает сдвиг фаз относительно элемента α_0 . Поэтому вектора, представляющие колебания светового поля этих элементов, поворачиваются относительно действительной оси. Если ширина щели такова, что между волнами, идущими от крайнего (α_1) и центрального (α_0) элементов открытой части

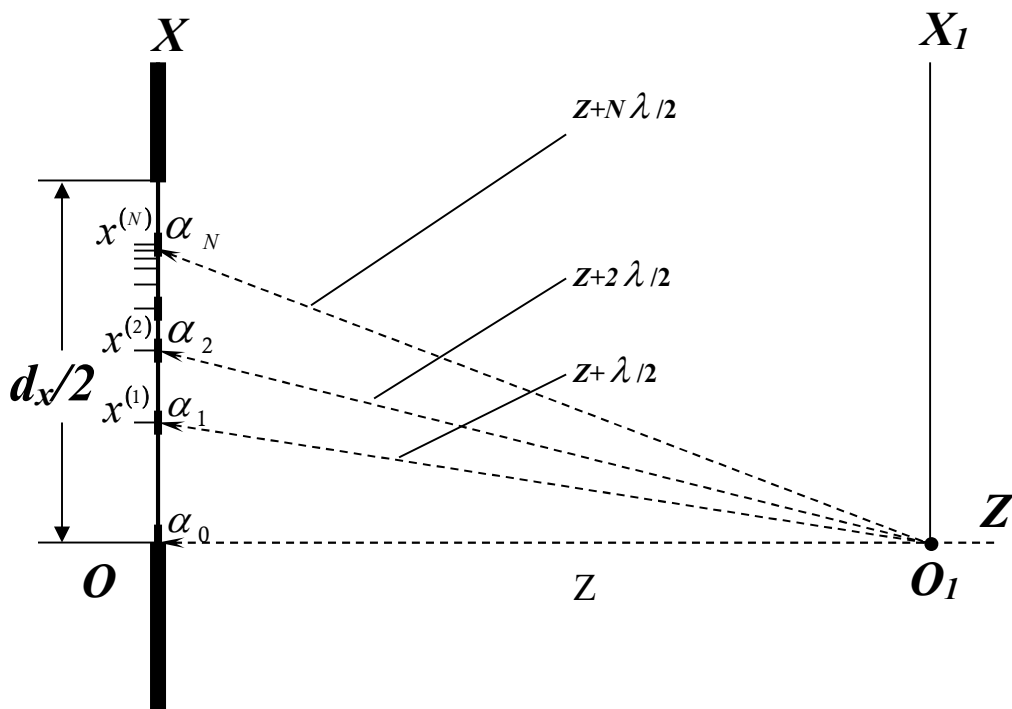


Рис.3.2. Построение зон Шустера на световом фронте, открываемом верхней половиной щели, для точки O_1 . Пунктирные линии изображают оптические пути для элементов светового фронта α_i на границах зон.

волнового фронта до точки O_1 , набирается разность хода $\lambda/2$, вектор колебаний светового поля элемента α_1 поворачивается на π . Согласно формуле (3.5) это соответствует полуширине щели $d_x/2 = x^{(1)} = \sqrt{\lambda z}$, а щель открывает на световом фронте полосу, называемую первой зоной Шустера. При увеличении ширины щели до размера, при котором оптическая разность хода волн, идущих от крайнего α_2 и центрального элементов открытого фронта, возрастает до $2\lambda/2$, вектор колебаний

светового поля элемента α_2 поворачивается на 2π . Согласно формуле (3.5) это соответствует полуширине щели $d_x/2 = x^{(2)} = \sqrt{2\lambda z}$, а щель открывает на световом фронте полосу, называемую второй *зоной Шустера*. Далее длина оптического пути для открываемого крайнего элемента светового фронта возрастает последовательно, на $3\lambda/2, 4\lambda/2, \dots N\lambda/2$. Сдвиг фазы при этом также возрастает, проходя, соответственно, значения $3\pi, 4\pi, \dots N\pi$, и т. д., а вектор колебаний светового поля поворачивается на эти углы. Согласно формуле (3.5) поворот вектора происходит при полуширине щели равной $x^{(3)} = \sqrt{3\lambda z}, x^{(4)} = \sqrt{4\lambda z}, \dots x^{(N)} = \sqrt{N\lambda z}$, и т. д., когда она открывает на световом фронте, соответственно, 3, 4, $\dots N$ и т.д., зон Шустера. Наглядно процесс суммирования элементарных векторов в интеграле (3.5) удобно представить как перемещение конца вектора суммарного светового поля \mathbf{A} по некоторой кривой, изображенной на рис.3.3, называемой *спиралью Корню*.

Из рис.3.3 видно, что при увеличении ширины щели длина вектора \mathbf{A} , определяющая полную амплитуду светового поля в точке наблюдения, возрастает, а сам вектор поворачивается. Максимальная длина вектора, определяющая наибольшую амплитуду светового поля, достигается вблизи точки A_1 , когда открыта первая зона Шустера. С увеличением ширины щели длина суммарного вектора, т. е. амплитуда светового поля в точке наблюдения, уменьшается и достигает минимума вблизи точки A_2 когда открыты две зоны Шустера. При возрастании ширины щели суммарный

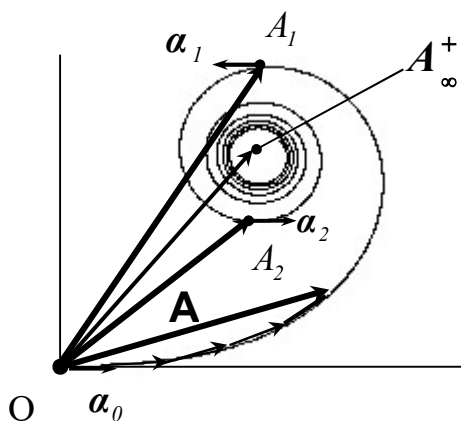


Рис.3.3 Спираль Корню, соответствующая волновому полю верхней половины щели

вектор осциллирует, его длина и фаза периодически изменяются, и определяемая вектором амплитуда светового поля в точке наблюдения периодически возрастает и уменьшается. Можно показать, что площадь зоны Шустера уменьшается с ростом номера, следовательно, ее вклад в суммарное поле уменьшается даже в приближении постоянной амплитуды поля $\epsilon_0(x)$ в интеграле (3.5). При большой ширине щели вклад в суммарное поле зон с

большими номерами становится пренебрежимо малым, и суммарный вектор поля приближается к точке A_{∞}^{+} (полюсу), так что его фаза, длина (OA_{∞}^{+}), и следовательно, амплитуда светового поля в точке наблюдения, практически перестают зависеть от ширины щели.

Рассмотренная картина соответствует последовательному открыванию верхней половины щели. При открывании нижней половины щели суммарный вектор поля от этой части объекта также описывает спираль Корню, расположенную симметрично в нижней полуплоскости. При открытых полностью обеих половинах щели суммарный вектор поля в точке наблюдения O_I изображается вектором $A_{\infty}^{+}A_{\infty}^{-}$, соединяющим полюса половинок спирали Корню, длина которого в два раза больше длины вектора поля от половины щели OA_{∞}^{+} . Интенсивность светового поля в точке O_I при этом возрастает в четыре раза. Полная картина распределения интенсивности светового поля на краю экрана, приведена на рис.3.4.

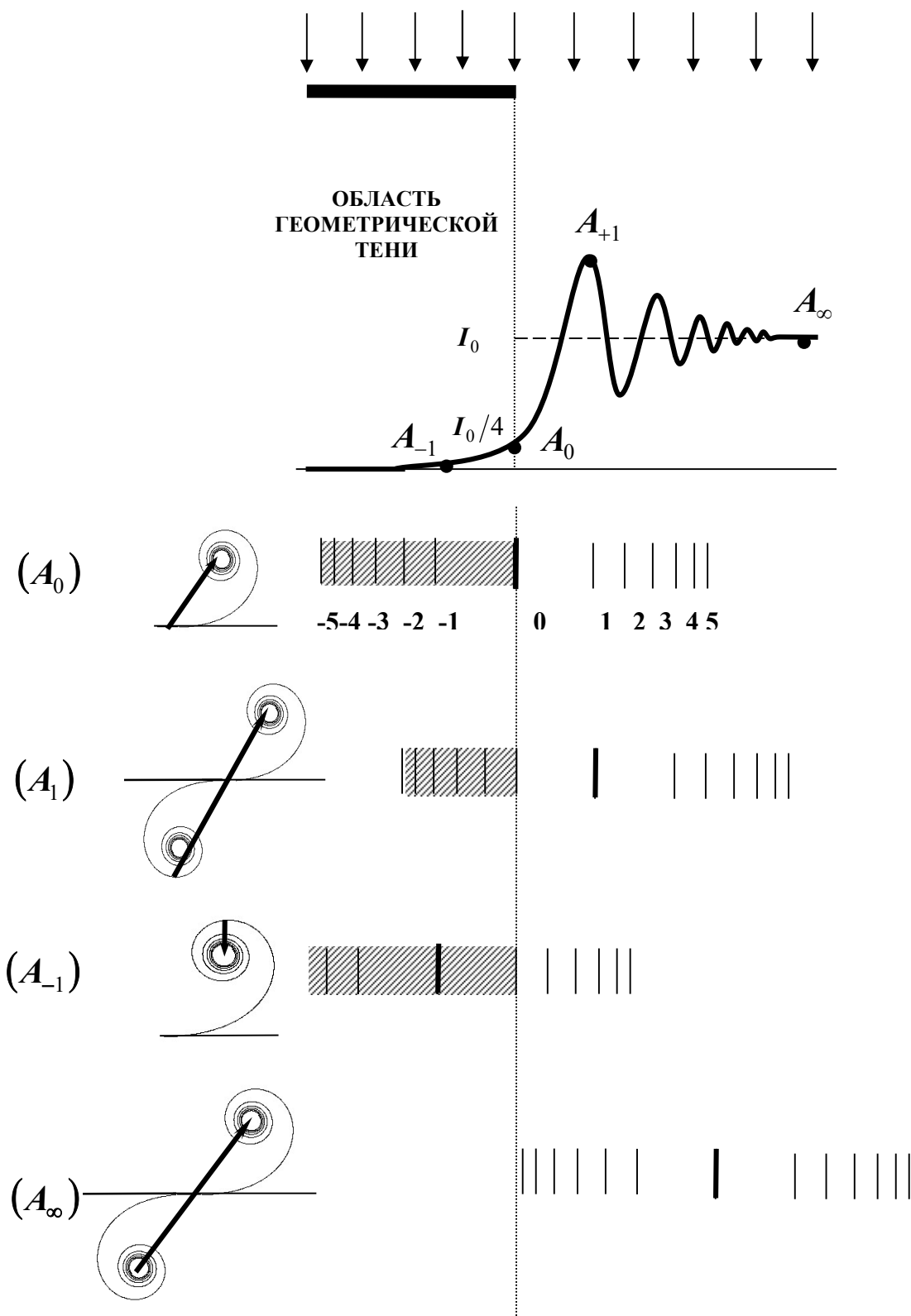


Рис.3.4. Распределение интенсивности светового поля при дифракции плоского светового фронта на краю экрана (верхний рисунок) и построение вектора светового поля для четырех точек распределения с помощью спирали Корню (нижние рисунки слева). Справа изображена структура зон Шустера для каждой точки, закрытые экраном зоны заштрихованы.

